



70 година рада Математичког института САНУ  
**Мини-симпозијум „Нелинеарна динамика са  
применама у инжењерским системима“**  
Математички институт САНУ и Пројекат ОИ174001,  
Београд, 26 октобар 2016

Booklet of Abstracts  
**Mini-symposium “Non-Linear Dynamics with  
Applications in Engineering Systems“**

**Editors:**

**Ivana D. Atanasovska**, Mathematical Institute of SASA, Belgrade, Serbia  
**Mirjana Filipović**, Mihajlo Pupin Institute, University of Belgrade, Serbia



70 година рада Математичког института САНУ  
**Мини-симпозијум „Нелинеарна динамика са  
применама у инжењерским системима“**  
Математички институт САНУ и Пројекат ОИ174001,  
Београд, 26 октобар 2016

Booklet of Abstracts  
**Mini-symposium “Non-Linear Dynamics with  
Applications in Engineering Systems“**

**Editors:**

**Ivana D. Atanasovska**, Mathematical Institute of SASA, Belgrade, Serbia  
**Mirjana Filipović**, Mihajlo Pupin Institute, University of Belgrade, Serbia



70 years of the Mathematical Institute of SASA, Belgrade, Serbia  
**Mini-symposium “Non-Linear Dynamics with Applications in Engineering Systems”**  
Mathematical Institute of SASA and Project OI 174001, Belgrade, Serbia, October 26, 2016

**Acknowledgment:** Parts of this research were supported by the Ministry of Sciences and Technology of Republic of Serbia through Mathematical Institute SANU Belgrade Grant ON174001 Dynamics of hybrid systems with complex structures- Mechanics of materials.  
Project Leader: **Katica (Stevanović) HEDRIH.**

## PREFACE

### **Importance of Research of Non-Linear Dynamics in Engineering Systems**

The research in the field of Non-linear dynamics is very important in the area of real engineering systems. The contemporary requirements for the noise and vibration reduction, as well as for energy efficiency and sustainability increasing in all of engineering systems, lead to the increasing investment in research project regarding engineering systems which are already in use, as well as systems under development.

In the same time, in the contemporary worldwide research of analytical and numerical mechanics, last few years new and original results have been appeared and could contribute for clearing up the many of the phenomenon and for the explicit resolve up to date approximated relations. It is particularly important in the design process of engineering systems with the problems with noise and vibrations resulting from the not enough precise empirical calculation procedures. Every improvement of the standard calculation procedures can also leads to the overcoming of the problems caused by the present standard procedures devoted to oversized principles, and in that way to significant savings of material and other natural resources.

Everything mentioned above has resulted in organization of the Mini-symposium "Non-Linear dynamics with application in engineering systems", where we expect exchanging of ideas and inspirations within wide range of researchers in the roles of lecturers and auditorium. In accordance with this, the lecturers whose have been invited are the researchers from different areas in nonlinear dynamics research, from analytical and numerical, via experimental research to applications in real systems. I hope that this Mini-symposium will bring new ideas about the applications of original theoretical results in real engineering systems and new connections between the present researchers, and finally the exceptional important international publications.

I wish to express in front of me and the vice-chairman, dr Mirjana Filipovic, Associate Research Professor from the Mihajlo Pupin Institute, the special thanks to the Mathematical Institute of the Serbian Academy of Sciences and Arts on the opportunity of organizing Mini-symposium in this form. Particularly, we want to thanks to Prof. Katica (Stavanovic) Hedrih, leader of the Project OI174001 "Dynamics of hybrid systems with complex structures. Mechanics of materials.", on great support and research boundless energy she transfer on the project team members and all others who have had the pleasure and honor to meet and work with her.

**Chairman of Mini-symposium:**



**dr Ivana D. Atanasovska,**  
Mathematical Institute of SASA, Belgrade

## ПРЕДГОВОР

### Значај истраживања нелинеарне динамике у инжењерским системима

Истраживања у области нелинеарне динамике веома су значајна у реалним инжењерским системима. Захтеви који се данас постављају у погледу смањења буке и вибрација, као и у погледу повећања енергетске ефикасности и одрживости свих инжењерских система, утицали су на повећање улагања у истраживања система који се већ налазе у широкој употреби, као и оних који су у развоју.

Са друге стране, у савременим светским истраживањима аналитичке и нумеричке механике, последњих година су се у области нелинеарне динамике појавили нови и оригинални резултати који могу допринети расветљавању многих феномена и експлицитном решавању до сада апроксимираних зависности. Ово је посебно важно у процесу конструисања инжењерских система код којих се јављају проблеми буке и вибрација због непрецизних емпиријских поступака прорачуна. Свако унапређење стандардних поступака прорачуна може такође довести и до превазилажења проблема предимензионисања којој су постојећи стандардни поступци привржени, а на тај начин и до великих уштеда материјала и осталих ресурса у производњи.

Све напред изнешено повод је организовању Минисимпозијума под називом "Нелинеарна динамика са применама у инжењерским системима", на коме очекујемо размену идеја и инспирација широког круга истраживача у својству предавача и слушаоца. У тој намери, да одрже предавања у оквиру овог Минисимпозијума, позвани су истраживачи који припадају различитим областим истраживања у оквиру нелинеарне динамике, од аналитичких, нумеричких, преко експерименталних истраживања и конкретних случајева примене. Надам се да ће овај Минисимпозијум изнедрити нове идеје о примени оригиналних теоријских резултата код реалних инжењерских система и да ће присутни истраживачи остварити у будућем периоду успешну међусобну сарадњу која ће за резултат имати међународно вредне публикације.

На могућности организовања Минисимпозијума у овој форми посебну захвалност морам изразити Математичком институту Српске академија наука и уметности у своје име и име координатора, др Мирјане Филиповић, вишег научног сарадника из Института Михајло Пупин. Такође, Проф. Катици (Стевановић) Хедрих, руководиоцу пројекта ОИ174001 "Динамика хибридних система комплексних структура. Механика материјала", захваљујемо се на великој подршци и неискрпној истраживачкој енергији коју преноси на истраживаче из свог пројектног тима и све остале који имају задовољство и част да се са њом упознају и раде.

**Организатор Минисимпозијума:**



др **Ивана Д. Атанасовска**,  
Математички институт САНУ, Београд



70 years of the Mathematical Institute of SASA, Belgrade, Serbia  
Mini-symposium “Non-Linear Dynamics with Applications in Engineering Systems”  
Mathematical Institute of SASA and Project OI 174001, Belgrade, Serbia, October 26, 2016

## PROGRAM OF MINI-SYMPOSIUM

### “Non-Linear Dynamics with Applications in Engineering Systems”

Mathematical Institute of SASA and Project OI174001,  
Belgrade, Serbia, October 26, 2016, from 10:30-18:00h, room II, first floor, Kneza Mihaila 36

### Програм мини-симпозијума

### „Нелинеарна динамика са применама у инжењерским системима“

Математички институт САНУ и Пројекат ОИ174001,  
Београд, 26. октобар 2016, од 10:30-18:00h, сала II, први спрат, Кнеза Михаила 36

**Chairman:** dr Ivana D. Atanasovska, Mathematical institute of SASA, Belgrade, Serbia

**Vice-chairman:** dr Mirjana M. Filipović, Mihajlo Pupin Institute, University of Belgrade, Serbia

**Организатор:** др Ивана Д. Атанасовска, Математички институт САНУ, Београд, Србија

**Коорганизатор:** др Мирјана М. Филиповић, Институт Михајло Пупин, Универзитет у Београду, Србија

\* \* \*

**Opening remarks:** dr Ivana Atanasovska: “Importance of Research of Non-Linear Dynamics in Engineering Systems”.

**Уводна реч:** др Ивана Атанасовска: „Значај истраживања нелинеарне динамике у инжењерским системима“.

\* \* \*

**I Session. Chairman:** Prof. dr Katica R. (Stevanović) Hedrih, Mathematical Institute of SASA, Belgrade and Faculty of Mechanical Engineering, University of Niš, Serbia

Prof. dr Valentina Golubović-Bugarški, Faculty of Mechanical engineering, University of Banja Luka, Bosnia and Herzegovina

I-1. dr Valentina Golubović-Bugarški, Faculty of Mechanical engineering, University of Banja Luka, Bosnia and Herzegovina, [valentina.gb@unibl.rs](mailto:valentina.gb@unibl.rs)

#### Modal Analysis of Nonlinear Structures

#### Модална анализа нелинеарних структура

I-2. Petar Mandić, University of Belgrade-Faculty of Mechanical Engineering, Serbia

Prof. dr Mihailo Lazarević, University of Belgrade-Faculty of Mechanical Engineering, Serbia  
[mandicpetar84@gmail.com](mailto:mandicpetar84@gmail.com), [mihailo.lazarevic@gmail.com](mailto:mihailo.lazarevic@gmail.com)

#### Stabilization of an Inverted Double Pendulum by Fractional Order Controller: D-decomposition Approach

#### Стабилизација инверзног двоструког клатна применом контролера нецелог реда: метода Д разлагања

I-3. Prof. dr Radoslav Tomović, Faculty of Mechanical Engineering, University of Montenegro  
[radoslav@ac.me](mailto:radoslav@ac.me)

#### A New Approach to the Analysis of the Dynamic Behavior of Rolling Bearing

#### Нови приступ у анализи динамичког понашања котрљајног лежаја



- I-4. *Prof. dr Radivoje M. Mitrović*, University of Belgrade-Faculty of Mechanical Engineering, Serbia  
*dr Ivana D. Atanasovska*, Mathematical institute of SASA, Belgrade, Serbia  
*Nataša D. Soldat*, University of Belgrade-Faculty of Mechanical Engineering, Serbia  
[rmitrovic@mas.bg.ac.rs](mailto:rmitrovic@mas.bg.ac.rs) , [viatanasov@yahoo.com](mailto:viatanasov@yahoo.com) , [nsoldat2000@yahoo.com](mailto:nsoldat2000@yahoo.com)

**Nonlinear Dynamics of Rolling Ball Bearings with Defects in the Outer Ring Race**

**Нелинеарна динамика кугличних котрљајних лежаја са оштећењима на стазама  
котрљања спољашњих прстенова**

\*\*\*\*\*

- II Session. **Chairman:** *dr Mirjana M. Filipović*, Mihajlo Pupin Institute, University of Belgrade, Serbia  
*Prof. dr Radoslav Tomović*, Faculty of Mechanical Engineering, University of Montenegro

- II-1. *Prof. dr Katica R. (Stevanović) Hedrih*, Mathematical Institute of SASA, Belgrade and  
Faculty of Mechanical Engineering, University of Nis, Serbia, [khedrih@sbb.rs](mailto:khedrih@sbb.rs)

**Extension of the Classical Theory of Impacts with Kinematics and Dynamics  
of Collision of Two Rolling Bodies**

**Проширење класичне теорије удара кинематиком и динамиком  
судара два тела у котрљању**

- II-2. *dr Ivana D. Atanasovska*, Mathematical institute of SASA, Belgrade, Serbia, [viatanasov@yahoo.com](mailto:viatanasov@yahoo.com)  
*Prof. dr Katica R. (Stevanović) Hedrih*, Mathematical Institute of SASA, Belgrade and  
Faculty of Mechanical Engineering, University of Nis, Serbia, [khedrih@sbb.rs](mailto:khedrih@sbb.rs)

**A New Model of Vibro-impact Dynamics for Gears**

**Нови модел вибро-ударне динамике зупчаника**

- II-3. *Sanja Lj. Vasin*, Military Technical Institute, Department of Experimental Aerodynamics Belgrade, Serbia,  
*Milosav B. Ognjanović*, University of Belgrade-Faculty of Mechanical Engineering, Serbia  
[vasinsanja@gmail.com](mailto:vasinsanja@gmail.com), [mognjanovic@mas.bg.ac.rs](mailto:mognjanovic@mas.bg.ac.rs)

**Influence of Nonlinear Vibrations on Gearbox Design**

**Утицај нелинеарних вибрација на прорачун зупчастог преносника снаге**

- II-4. *dr Snežana D. Vulović*, Faculty of Engineering, University of Kragujevac, Serbia  
*Miroslav M. Živković*, Faculty of Engineering, University of Kragujevac, Serbia  
[vsnezakg@gmail.com](mailto:vsnezakg@gmail.com), [zile@kg.ac.rs](mailto:zile@kg.ac.rs)

**Finite Element Method Application in Nonlinear Analysis of Real Mechanical Systems**

**Примена Методе коначних елемената у нелинеарним анализама реалних система**

\* \* \*



**III Session. Chairman:** *Prof. dr Mihailo P. Lazarević*, University of Belgrade-Faculty of Mechanical Engineering, Serbia  
*dr Ivana D. Atanasovska*, Mathematical institute of SASA, Belgrade, Serbia

**III-1. Miloš M. Živanović**, EDePro Company, Control Department, [miloszivanoviccar@gmail.com](mailto:miloszivanoviccar@gmail.com)

**Conceptual Design of Automatic Control System for a Turbojet Engine**  
**Концептуални дизајн аутоматског система управљања за турбомлазни мотор**

**III-2. dr Mirjana M. Filipović**, Mihajlo Pupin Institute, University of Belgrade, Serbia,  
[mira@robot.imp.bg.ac.rs](mailto:mira@robot.imp.bg.ac.rs)

**Nonlinear Dynamics of Robot and its Working Space**  
**Нелинеарна динамика робота и његов радни простор**

**III-3. dr Jovan Tanasković**, University of Belgrade-Faculty of Mechanical Engineering, Serbia,  
[jtanskovic@mas.bg.ac.rs](mailto:jtanskovic@mas.bg.ac.rs)

**Non-linear Dynamics Analysis of Absorption Process of Collision Kinetic Energy of Rail Vehicles using Finite Element Method**  
**Нелинеарна динамичка анализа процеса апсорпције кинетичке енергије судара шинских возила Методом коначних елемената**

**III-4. dr Dejan B. Momčilović**, Institute for testing of materials, Belgrade, Serbia,  
[dejanmomcilovic@yahoo.com](mailto:dejanmomcilovic@yahoo.com)

**High-speed Impact Dynamics**  
**Динамика удара при великим брзинама**





70 years of the Mathematical Institute of SASA, Belgrade, Serbia  
**Mini-symposium “Non-Linear Dynamics with Applications in Engineering Systems”**  
Mathematical Institute of SASA and Project OI 174001, Belgrade, Serbia, October 26, 2016



## MODAL ANALYSIS OF NONLINEAR STRUCTURES

**Valentina Golubović-Bugarski**

Faculty of Mechanical Engineering  
University of Banja Luka  
Banja Luka, Bosnia and Herzegovina  
E-mail: [valentina.gb@unibl.rs](mailto:valentina.gb@unibl.rs)

### ABSTRACT

The main goal of modal analysis is to develop mathematical model of the structure based on experimental parameters derived from vibration measurement. Modal analysis is based on the assumption that the dynamic behavior of the test structure is linear. This implies that if the load of the structure is increased for example twice, then the deflection of the structure increases twice too, as well as that the deflection of the structure for the simultaneous action of two or more forces equals the sum of the deflections resulting from individual action of each force. In practice, most of the real structures show a certain degree of nonlinearity, as a result of nonlinear dynamic characteristics of joints, boundary conditions and material properties such as plasticity. If the nonlinearity of the structure is significantly expressed and could not be ignored, it is necessary in that case to apply some of nonlinear modal analysis methods. The essential function necessary to be measured is the first order frequency response function (FRF), which is not unique for the nonlinear systems and depends on the amplitude of the excitation force and the type of excitation signal. Therefore, in the nonlinear modal analysis it is extremely important to choose the appropriate excitation technique (transient, sinusoidal or random excitation signal). Nonlinear modal analysis gives answers to the following questions: whether the nonlinearity of structure exists (detection), which is the degree of nonlinearity (quantification), which is the physical nature of the nonlinearity, and where is location where the nonlinearity arises. This paper explains how the type of excitation method affects the detection of nonlinearity in the structure. It is shown how to perform the detection procedure for revealing the nonlinearity in the structure using the Overlaid Bode Plot method and the Inverse FRF method. Also, the paper explains how to perform the quantification of nonlinearity, that is determination of the relationship between the modal parameters and structure's response amplitude levels using the Inverse FRF methods.

**Keywords:** nonlinear modal analysis, first order frequency response function, identification of nonlinearity.

### REFERENCES

- [1] Maia, N. M. M., Silva, J. M. M. (1997), *Theoretical and Experimental Modal Analysis*, Research Studies Press LTD, Taunton, England.
- [2] Ewins, D. J. (1984), *Modal Testing: Theory and Practice*, Research Studies Press LTD, Letehworth, England.
- [3] Dresig, H., Holzweizig, F. (2010), *Dynamics of Machinery-Theory and Applications*, Springer.

## МОДАЛНА АНАЛИЗА НЕЛИНЕАРНИХ СТРУКТУРА

**Валентина Голубовић-Бугарски**

Машински факултет  
Универзитет у Бањој Луци  
Бања Лука, Босна и Херцеговина  
E-mail: [valentina.gb@unibl.rs](mailto:valentina.gb@unibl.rs)

### АПСТРАКТ

Модална анализа има за циљ изградњу математичког модела структуре на бази експерименталних података добијених мјерењем вибрација. Базирана је на претпоставци да је динамичко понашање испитиване структуре линеарно. Под овим се подразумева да ако се оптерећење структуре повећа нпр. двоструко, онда се и угиб структуре повећа двоструко, као и да је угиб структуре при истовременом дјеловању двије или више сила једнак суми угиба који су резултат појединачног дјеловања сила. У пракси, већина реалних структура показује извјесни степен нелинеарности, што је последица нелинеарних динамичких карактеристика веза, граничних услова и особина материјала као што је пластичност. Ако су нелинеарности структуре знатно изражене и не могу се занемарити, у том случају је потребно примијењивати методе нелинеарне модалне анализе. Основна функција коју је потребно измјерити је функција фреквенцијског одзива (FRF) првог реда, која за нелинеарни систем није јединствена и зависна је од амплитуде побудне силе и типа сигнала побуде. Стога је у нелинеарној модалној анализи изузетно важно изабрати одговарајућу технику побуђивања (транзијентни, синусоидни или случајни тип сигнала побуде). У модалној анализи нелинеарних структура потребно је одговорити на сљедећа питања: да ли нелинеарност структуре постоји (идентификација), колики је степен нелинеарности (квантификација), која је физичка природа нелинеарности, те на којој локацији се нелинеарност јавља. У овом раду објашњено је како избор методе побуде утиче на идентификацију нелинеарности структуре. Приказано је како се врши детекција нелинеарности структуре методом преклопљеног Бодеовог дијаграма и методом инверзне FRF. Такође, у раду је објашњено како се може извршити квантификација нелинеарности, тј. утврђивање односа између модалних параметара и нивоа одзива структуре, примјеном метода инверзне FRF.

**Кључне речи:** нелинеарна модална анализа, функција фреквенцијског одзива првог реда, идентификација нелинеарности.

### ЛИТЕРАТУРА

- [1] Maia, N. M. M., Silva, J. M. M. (1997), *Theoretical and Experimental Modal Analysis*, Research Studies Press LTD, Taunton, England.
- [2] Ewins, D. J. (1984), *Modal Testing: Theory and Practice*, Research Studies Press LTD, Letehworth, England.
- [3] Dresig, H. Holzweizig, F. (2010), *Dynamics of Machinery-Theory and Applications*, Springer.

## STABILIZATION OF AN INVERTED DOUBLE PENDULUM BY FRACTIONAL ORDER CONTROLLER: D-DECOMPOSITION APPROACH

Petar D. Mandić, Mihailo P. Lazarević

Department of Mechanics  
Faculty of Mechanical Engineering, University of Belgrade  
Belgrade, Serbia  
E-mail: [pmandic@mas.bg.ac.rs](mailto:pmandic@mas.bg.ac.rs), [mlazarevic@mas.bg.ac.rs](mailto:mlazarevic@mas.bg.ac.rs)

### ABSTRACT

Many systems in nature are inherently under-actuated, with fewer actuators than degrees of freedom. However, even with reduced number of actuators, these systems are able to produce complex movements. To be capable of performing such motions, complex control algorithms must be implemented. Classical benchmark examples for studying problems of this kind include inverted pendulum systems. This paper deals with stability problem of two types of inverted pendulum controlled by a fractional order PD controller. Double inverted and cart inverted pendulum are highly nonlinear mechanical systems with one control input and two degrees of freedom. Detailed mathematical model of both pendulums are derived using the Rodriguez method. Stabilization of pendulum around its unstable equilibrium point is achieved by using the fractional order PD<sup>α</sup> controller, in combination with partial feedback linearization technique. There are several methods for determining stability region of a closed loop system, and D-decomposition is one of them. Herein, D-decomposition method is applied to the inverted pendulum case, and determining its stability regions in parameters space of a fractional order PD controller is presented. D-decomposition for linear fractional systems is investigated, and for the case of linear parameters dependence. Fractional order control laws are represented by a transfer functions which are not rational, which gives rise to a problem of practical implementation of the corresponding control algorithms. A method for rational approximation of linear fractional order systems used in this paper is computationally efficient, accurate, and relies on the interpolation of the frequency characteristics of the system on a predefined set of target frequencies. The performance of the proposed method is demonstrated with experimental verification of the stabilization control of the inverted pendulum system.

**Keywords:** inverted pendulum, fractional order PID control, asymptotic stability, D-decomposition technique, rational approximations.

### REFERENCES

- [1] Čović, V., Lazarević, M.P. (2009), *Robot Mechanics*, Faculty of Mechanical Engineering, Belgrade (in Serbian).
- [2] Neimark, Y.I. (1949), “D-decomposition of the space of the quasipolynomials” *Appl. Math. Mech.* 13, pp. 349-380 (in Russian).
- [3] Freidovich, L.B., Robertsson, A., Shiriaev A.S., Johansson R. (2008), “Periodic motions of the Pendubot via virtual holonomic constraints: theory and experiment” *Automatica* 44, pp.785–791.
- [4] Šekara, T.B., Rapačić, M.R., Lazarević, M.P. (2013), “An efficient method for approximation of non-rational transfer functions” *Electronics* 17, pp. 40-44.
- [5] Mandić, P.D., Lazarević, M.P., Šekara, T.B. (2016), “D-decomposition technique for stabilization of Furuta pendulum : fractional approach” *Bull. Pol. Ac.: Tech* 64, pp. 189-196.

## СТАБИЛИЗАЦИЈА ИНВЕРЗНОГ ДВОСТРУКОГ КЛАТНА ПРИМЕНОМ КОНТРОЛЕРА НЕЦЕЛОГ РЕДА: МЕТОДА Д-РАЗЛАГАЊА

Петар Д. Мандић, Михаило П. Лазаревић

Катедра за Механику  
Машински факултет Универзитета у Београду  
Београд, Србија  
E-mail: [pmandic@mas.bg.ac.rs](mailto:pmandic@mas.bg.ac.rs), [mlazarevic@mas.bg.ac.rs](mailto:mlazarevic@mas.bg.ac.rs)

### АПСТРАКТ

Многи системи у природи су нередувантни са становишта управљања, тј. имају мање управљачких величина него степени слободе. Међутим, ови системи способни су за извођење сложених покрета. Да би то било могуће, морају се применити сложени управљачки алгоритми. Класични примери оваквих система које изучавају научници су системи типа инверзног клатна. У овом раду, приказана су два типа инверзног клатна управљаних помоћу фракционог ПД регулатора. Двоструко инверзно клатно и линеарно инверзно клатно су нелинеарни механички системи са једном управљачком величином и два степена слободе. Користећи Родригов приступ описани су математички модели оба клатна. Стабилизација клатна око нестабилног положаја равнотеже постигнута је употребом фракционог ПД регулатора, у комбинацији са техником парцијалне feedback линеаризације. Што се тиче домена стабилности затвореног система управљања, постоји више метода за његово рачунање, а метода Д-разлагања је једна од њих. Овде је метода Д-разлагања примењена за случај инверзног клатна и за одређивање домена стабилности у параметраској равни фракционог регулатора. Приказана је примена ове методе за линеарне фракционе системе, и за случај линеарне зависности између параметара. Управљачки алгоритми фракционог типа су представљени нерационалним преносним функцијама, услед чега се јавља проблем практичне имплементације наведених алгоритама. У овом раду је примењен метод за рационалну апроксимацију линеарних фракционих система који је погодан за имплементацију на рачунару, и заснива се на интерполацији фреквентне карактеристике система на основу претходно изабраних карактеристичних фреквенција. Ефикасност ове методе демонстрирана је експериментално на примеру лабораторијског инверзног клатна.

**Кључне речи:** инверзно клатно, фракциони ПИД управљачки алгоритама, асимптотска стабилност, метода Д-разлагања, рационалне апроксимације.

### ЛИТЕРАТУРА

- [1] Čović, V., Lazarević, M.P. (2009), *Robot Mechanics*, Faculty of Mechanical Engineering, Belgrade (in Serbian).
- [2] Neimark, Y.I. (1949), “D-decomposition of the space of the quasipolynomials” *Appl. Math. Mech.* 13, pp. 349-380 (in Russian).
- [3] Freidovich, L.B., Robertsson, A., Shiriaev A.S., Johansson R. (2008), “Periodic motions of the Pendubot via virtual holonomic constraints: theory and experiment” *Automatica* 44, pp.785–791.
- [4] Šekara, T.B., Rapačić, M.R., Lazarević, M.P. (2013), “An efficient method for approximation of non-rational transfer functions” *Electronics* 17, pp. 40-44.
- [5] Mandić, P.D., Lazarević, M.P., Šekara, T.B. (2016), “D-decomposition technique for stabilization of Furuta pendulum : fractional approach” *Bull. Pol. Ac.: Tech* 64, pp. 189-196.

## **A NEW APPROACH TO THE ANALYSIS OF THE DYNAMIC BEHAVIOR OF ROLLING BEARING**

**Radoslav N. Tomović**

Faculty of Mechanical Engineering, University of Montenegro  
Podgorica, Montenegro  
E-mail: radoslav@ac.me, web page: www.mf.ac.me

### **ABSTRACT**

The analysis of rotating machines operation is one of the most complex areas in engineering practice. The characteristics of bearing supported the rotating machines have a great influence on the behavior whole machinery. Rolling bearings are most commonly used elements for rotating machines supporting. Constructional features and operation quality of the rolling bearings often have a decisive influence on the working capacity and working condition of the whole rotating system.

Of all the quality indicators for the bearing design and quality, the analysis of the dynamic behavior has the greatest significance. Dynamic behavior reflects very well almost all the features of the design, manufacture, installation and operation of bearings. The analysis of the dynamic behavior can very reliable and very early predict the largest number of defects and problems in the rolling bearings, and eliminate them in same time. Any tendency for analyzed and increased the performances of the rotating system, as a basis must have an efficient mathematical models of the dynamic behavior of the rotor supported with the rolling bearing.

This paper presents a new approach to mathematical modeling of roller bearings. The model considers two limit positions of inner ring supporting - to the odd and to the even number of rolling bodies. The new approach is characterized by great simplicity, which makes it very suitable for practical application. The basis of a new model is represented with the equation of rigid rotor oscillation inside the rolling bearing. According to this equation rigid rotor oscillation frequency in an ideal rolling bearing with the internal radial clearance is equal to the frequency of rolling elements crossing over some fixed points on the outer ring of the bearing. The amplitude of these oscillations is directly dependent on the size of the relative displacement of the bearing rings due to internal radial clearance and the value of the contact deformation on the contact surfaces between the rolling elements and the bearing ring races. The new model provides a very simple approach for the calculation of the amplitudes, which makes it very suitable for practical application. The model was successfully verified by experiments. The results of experimental analysis are presented in this paper.

**Keywords:** Rolling bearing, Vibrations, Contact deformation

### **REFERENCES**

- [1] Ristivojević M, Mitrović R., (2002), „Raspodjela opterećenja – zupčasti parovi i kotrljajni ležajevi“, Monografija, Mašinski fakultet u Beogradu.
- [2] Harris T.A., Kotzalas, (2007), „Rolling Bearing Analysis“, Taylor & Francis Group, SAD.
- [3] Tomović, R. (2010), „Istraživanje uticaja konstrukcionih parametara kotrljajnih ležaja na stanje njihove radne ispravnosti“, doktorska disertacija, Mašinski fakultet Niš, 2010;
- [4] Tomović, R, (2012), “ Calculation of the boundary values of rolling bearing deflection in relation to the number of active rolling elements”, Mechanism and Machine Theory, Vol. 47, pp. 74-88;
- [5] Tomović, R, (2013), “Calculation of the necessary level of external radial load for inner ring support on q rolling elements in a radial bearing with internal radial clearance”, International Journal of Mechanical Science, Vol. 60, , pp. 23-33;
- [6] Tomovic R, Miltenovic V, (2008), “Impact of rolling bearing structural parameters on the balanced rigid rotor’s oscillation frequency”, Facta Universitatis, Series: Mechanical Engineering, Vol. 6/1, pp. 57 – 66;
- [7] Tomović R, Miltenović V, Banić, M, Miltenović, A, (2010), Vibration response of rigid rotor in unloaded rolling element bearing, International Journal of Mechanical Science, Vol. 52/9, pp. 1176-1185;
- [8] Jovanovic. J, Tomović R., (2014), „Analysis of dynamic behaviour of rotor-bearing system”, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science, Vol. 228(12), pp. 2141-2161; doi: 10.1177/0954406213516439

## НОВИ ПРИСТУП У АНАЛИЗИ ДИНАМИЧКОГ ПОНАШАЊА КОТРЉАЈНОГ ЛЕЖАЈА

**Радослав Н. Томовић**

Машински факултет, Универзитет Црне Горе  
Подгорица, Црна Гора  
E-mail: radoslav@ac.me, web page: www.mf.ac.me

### АПСТРАКТ

Анализа рада ротационих машина представља једно од најважнијих подручја у инжињерској пракси. Велики утицај на понашање ротационих машина имају карактеристике улежиштења у која су ротациони елементи ослоњени. Котрљајни лежајеви су најчешће коришћени елементи за ослањање ротационих машина. Конструкционе карактеристике и квалитете рада котрљајних лежајева често имају пресудан утицај на радну способност и радну исправност целог ротационог система.

Од свих показатеља квалитета конструкције и квалитета рада лежаја, анализа динамичког понашања има далеко највећи значај. Динамичко понашање веома добро одсликава скоро све карактеристике конструкције, израде, монтаже и експлоатације лежајева. Анализом динамичког понашања могуће је веома поуздано и врло рано предвидјети највећи број недостатака везаних за котрљајне лежајева, те исте на вријеме отклонити. Свака тежња за анализом и повећањем перформанси ротационих систем, као основ мора имати ефикасан математички модели динамичког понашања ротора ослоњеног у котрљајном лежају.

У овом раду је представљен нови приступ у математичком моделирању котрљајних лежајева. Модел разматра два гранична положаја ослањања унутрашњег прстена - на паран и непаран број котрљајних тијела. Нови приступ се одликује великом једноставношћу, што га чини веома погодним за практичну примјену. Основу новог модела представља једначина осциловања крутог ротора у котрљајном лежају. Према овој једначини фреквенција осциловања крутог ротора у идеалном котрљајном лежају са унутрашњим радијалним зазором је једнака фреквенцији преласка котрљајних тела преко неке фиксне тачке на спољашњем прстену лежаја. Амплитуда ових осцилација директно је зависна од величине релативног помјерања прстенова лежаја услед унутрашњег радијалног зазора и величине контактних деформација на додирним површинама између котрљајних тела и котрљајних стаза лежаја. Нови модел даје веома једноставан приступ за прорачун ових амплитуда, што га чини веома погодним за практичну примјену. Модел је успешно провјерен експериментом. Резултати експерименталне анализе су приказани у раду.

**Кључне речи:** Котрљајни лежај, вибрације, контактне деформације.

### ЛИТЕРАТУРА

- [1] Ristivojević M, Mitrović R., (2002), „Расподјела оптерећења – зупчasti парови и котрљајни лежајеви“, Монографија, Машињски факултет у Београду.
- [2] Harris T.A., Kotzalas, (2007), „Rolling Bearing Analysis“, Taylor & Francis Group, SAD.
- [3] Tomović, R. (2010), „Истраживање утицаја конструкционих параметара котрљајних лежаја на стање њихове радне исправности“, докторска дисертација, Машињски факултет Ниш, 2010;
- [4] Tomović, R. (2012), “Calculation of the boundary values of rolling bearing deflection in relation to the number of active rolling elements”, Mechanism and Machine Theory, Vol. 47, pp. 74-88;
- [5] Tomović, R. (2013), “Calculation of the necessary level of external radial load for inner ring support on q rolling elements in a radial bearing with internal radial clearance”, International Journal of Mechanical Science, Vol. 60, , pp. 23-33;
- [6] Tomovic R, Miltenovic V, (2008), “Impact of rolling bearing structural parameters on the balanced rigid rotor’s oscillation frequency”, Facta Universitatis, Series: Mechanical Engineering, Vol. 6/1, pp. 57 – 66;
- [7] Tomović R, Miltenović V, Banić, M, Miltenović, A, (2010), Vibration response of rigid rotor in unloaded rolling element bearing, International Journal of Mechanical Science, Vol. 52/9, pp. 1176-1185;
- [8] Jovanovic. J, Tomović R., (2014), „Analysis of dynamic behaviour of rotor-bearing system”, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science, Vol. 228(12), pp. 2141-2161; doi: 10.1177/0954406213516439





## NONLINEAR DYNAMICS OF ROLLING BALL BEARINGS WITH DEFECTS IN THE OUTER RING RACE

Radivoje M. Mitrović<sup>1</sup>, Ivana D. Atanasovska<sup>2</sup> and Nataša D. Soldat<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Machine Design Department, University of Belgrade-Faculty of Mechanical Engineering, Serbia,  
E-mail: [rmitrovic@mas.bg.ac.rs](mailto:rmitrovic@mas.bg.ac.rs), [nsoldat@mas.bg.ac.rs](mailto:nsoldat@mas.bg.ac.rs)

<sup>2</sup>Mathematical institute of SASA, Belgrade, Serbia,  
E-mail: [iviatanasov@yahoo.com](mailto:iviatanasov@yahoo.com)

### ABSTRACT

Ball bearings are widely used machine elements in almost all devices and machines. Nowadays, request to be reach by bearings become more exact, with a special emphasis on energy savings, longer working life and noise and vibration reducing. Besides that, a special attention is paid to studying of different factors which cause rolling ball bearing defect and methods for failure prediction improving. Dynamic behavior is one of the most important bearing characteristics and reflects almost all characteristics of design, production, assembly and bearing operation.

Considering the fact that forces with variable intensity and direction are acting on bearing assembly, elastic deformations are appeared in contact between balls and rings. Due to nonlinear dependence of contact between contact force and deformation, this deformation lead to the vibrations that are not purely periodic. Because of the effect of ball contact forces on ring races, balls are moving from an ideal position in a cage, and periodic variable stiffness of ball bearings, as one of the main parameters for generating vibrations, are occurred as a result.

Contact between ring race and balls can be considered as non-linear spring, which deformation is changed non-linearly with load increasing. The nonlinear model **used in the presented research has been** reduced to the systems with a less number of degrees of freedom, in order that appropriate numerical methods for nonlinear problems solving could be used. The Finite Element Analysis is used for solving the task of mechanism of contact between balls and ring race [1, 2, 3]. The developed model is intended to determine the effect of periodic variable stiffness to the nonlinear dynamic behavior of ball bearings with defects in the outer ring race. The most important output characteristic of this model is bearing elements vibrations.

**Keywords:** Ball bearings, Stiffness, Vibration, Finite Element Analysis

**Acknowledgment:** Parts of this research were supported by the Ministry of Sciences and Technology of Republic of Serbia through Mathematical Institute SANU Belgrade and University of Belgrade-Faculty of Mechanical Engineering, Grant ON174001 and TR 35029.

### REFERENCES

- [1] Mitrovic, R., Soldat, N., Atanasovska, I. (2014), “Dinamic behaviour of radial ball bearing due to the periodic variable stiffness,” *Proceedings of the 2<sup>nd</sup> International Scientific Conference „Conference on Mechanical Engineering Technologies and Applications” COMETA2014*, East Sarajevo-Jahorina, BIH, 2-5 December, Vol. I, pp. 389-396.
- [2] Atanasovska, I. (2014), “Calculation of radial stiffness for single-row ball bearing with finite element analysis,” *Machine Design*, pp. 85-90.
- [3] Atanasovska, I., Mitrovic, R., Soldat, N. (2015), “Developing the finite element model for dynamic analysis of radial ball bearing,” *5<sup>th</sup> International Congress of Serbian Society of Mechanics*, Arandjelovac, Serbia, 15-17 June.



## НЕЛИНЕАРНА ДИНАМИКА КУГЛИЧНИХ КОТРЉАЈНИХ ЛЕЖАЈА СА ОШТЕЋЕЊИМА НА СТАЗАМА КОТРЉАЊА СПОЉАШЊИХ ПРСТЕНОВА

Радивоје М. Митровић<sup>1</sup>, Ивана Д. Атанасовска<sup>2</sup> и Наташа Д. Солдат<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Катедра за опште машинске конструкције, Универзитет у Београд-Машински факултет, Београд, Србија  
E-mail: [rmitrovic@mas.bg.ac.rs](mailto:rmitrovic@mas.bg.ac.rs), [nsoldat@mas.bg.ac.rs](mailto:nsoldat@mas.bg.ac.rs)

<sup>2</sup>Математички институт Српске академије наука и уметности, Београд, Србија,  
E-mail: [iviatanasov@yahoo.com](mailto:iviatanasov@yahoo.com)

### АПСТРАКТ

Котрљајни лежаји су широко коришћени машински елементи у готово свим уређајима и машинама. У данашње време захтеви који се постављају пред њих постају строжији, при чему се посебан акценат се ставља на уштеду енергије, дужи радни век и смањење нивоа буке и вибрација. Поред тога, посебна пажња се посвећује проучавању различитих узрока који доводе до оштећења котрљајних лежаја и усавршавању поступака за предвиђање њиховог отказа. Динамичко понашање представља једну од најважнијих радних карактеристика лежаја и добро осликава скоро све карактеристике конструкције, израде, монтаже и експлоатације лежаја.

С обзиром да на лежајни склоп делују силе променљивог интензитета, правца и смера, у контакту котрљајних тела и прстенова лежаја јављају се еластичне деформације. Због нелинеарне зависности између контактних деформација и контактних сила ове деформације утичу на појаву вибрација које нису чисто периодичне. Услед дејства контактних сила којима котрљајна тела делују на стазае котрљања, котрљајна тела се померају од идеалних положаја у кавезу, услед чега се јавља периодично променљива крутост лежаја, као један од главних параметара за генерисање вибрација.

Контакт између котрљајних стаза и котрљајних тела може се посматрати као нелинеарна опруга, чија се деформација мења нелинеарно са повећањем оптерећења. Коришћени нелинеарни модел своди се на систем са мањим бројем степени слободе да би примена одговарајућих нумеричких метода за решавање нелинеарног проблема била могућа. За решавање проблема механизма контакта између котрљајних тела и стаза котрљања коришћена је Метода коначних елемената [1, 2, 3]. Развијени модел намењен је за утврђивање утицаја периодично променљиве крутости на појаву нелинеарног динамичког понашања лежаја са оштећењима на стази котрљања. Најважнија излазна карактеристика из овог модела су вибрације елемената лежаја.

**Кључне речи:** Котрљајни лежај, крутост, вибрације, Метода коначних елемената

### ЛИТЕРАТУРА

- [1] Mitrovic, R., Soldat, N., Atanasovska, I. (2014), “Dynamic behaviour of radial ball bearing due to the periodic variable stiffness,” *Proceedings of the 2<sup>nd</sup> International Scientific Conference „Conference on Mechanical Engineering Technologies and Applications” COMETA2014*, East Sarajevo-Jahorina, BIH, 2-5 December, Vol. I, pp. 389-396.
- [2] Atanasovska, I. (2014), “Calculation of radial stiffness for single-row ball bearing with finite element analysis,” *Machine Design*, pp. 85-90.
- [3] Atanasovska, I., Mitrovic, R., Soldat, N. (2015), “Developing the finite element model for dynamic analysis of radial ball bearing,” *5<sup>th</sup> International Congress of Serbian Society of Mechanics*, Arandjelovac, Serbia, 15-17 June.

## EXTENSION OF THE CLASSICAL THEORY OF IMPACTS WITH KINEMATICS AND DYNAMICS OF COLLISION OF TWO ROLLING BODIES

Katica R. (Stevanović) Hedrih<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Department of Mechanics,  
Mathematical Institute of SASA, Belgrade, Serbia  
<sup>2</sup> Faculty of Mechanical Engineering, University of Niš, Serbia  
E-mail: khedrih@sbb.rs

### ABSTRACT

Extension of classical theory of impact with kinematics and dynamics of collision of two rolling axially symmetric bodies is presented. Element of kinematics of collision two rolling bodies are identified and presented by numerous Figures of central centric collision, as well as skew collision of two rolling bodies, and it is derived a conclusion that arrival and outgoing angular velocities of each of the rolling bodies before and after collision are representative kinetic parameters for description kinematics and dynamics of the central and also skew collision of two rolling bodies.

Hypothesis of sum of angular momentum conservation of two rolling axially symmetric rigid bodies after collision in comparison before collision is introduced. New definition of the coefficient of collision is defined by arrival and outgoing angular velocity of the rolling bodies in collision is presented. Expressions of the outgoing angular velocity of each of axially symmetric rigid bodies, after collision, are derived. Those new results are obtained by Mihailo Petrović's theory [1-4]: Element of mathematical phenomenology and Phenomenological mappings. Obtained results are proofed elementary, considering local deformations by compression and extension around contact point of the bodies in collision state during very short period of collision.

Use these new results of the extension of the classical theory of impacts, new methodology for investigation vibro-impact dynamics of the system containing rolling bodies moving along curvilinear traces [5-8] and in successive collision is established.

Presented new theoretical results can be applicable in numerous dynamics of engineering vibro-impact systems containing rolling bodies.

**Acknowledgment:** Parts of this research were supported by the Ministry of Sciences and Technology of Republic of Serbia through Mathematical Institute SANU Belgrade Grant ON174001 “Dynamics of hybrid systems with complex structures. Mechanics of materials.” and through Faculty of Mechanical Engineering University of Niš.

### REFERENCES

- [1] Petrović M., Elementi matematičke fenomenologije (Elements of mathematical phenomenology), Srpska kraljevska akademija, Beograd, 1911. str. 389. <http://elibrary.matf.bg.ac.rs/handle/123456789/476?locale-attribute=sr>
- [2] Petrović M., Mecanismes communs aux phenomenes disparates, Paris 1921.
- [3] Preface: Elements of mathematical phenomenology and phenomenological mapping in non-linear dynamics, Edited by Katica R. (Stevanović) Hedrih, Ivan Kosenko, Pavel Krasilnikov and Pol D. Spanos, Special Issue of International Journal of Non-Linear Mechanics, Volume 73, Pages 1-128 (July 2015)
- [4] Hedrih (Stevanović) K.R. , (2015), Elements of mathematical phenomenology: I. Mathematical and qualitative analogies,. Труды МАИ Выпуск №84, pp. 42 (1-42); II. Phenomenological approximate mappings, №84, pp. 29 (1- 29) [www.mai.ru/science/trudy/](http://www.mai.ru/science/trudy/) , [http://www.mai.ru/upload/iblock/5f6/hedrih\\_eng\\_1.pdf](http://www.mai.ru/upload/iblock/5f6/hedrih_eng_1.pdf), Эл № ФС77-58560, ISSN: 1727-6942
- [5] Hedrih (Stevanović) R. K., (2016), Dynamics of Impacts and Collisions of the Rolling Balls, Dynamical Systems: Theoretical and Experimental Analysis, Springer Proceedings in Mathematics & Statistics, Volume Number: 182, Chapter 13, pp. © Springer, Part of Springer Science+Business , ISBN 978-3-319-42407-1 (in press)
- [6] Hedrih (Stevanović) R. K., (2016), Vibroimpact dynamics in systems with trigger of coupled three singular points: Collision of two rolling bodies, Book of Papers, International Congress of Theoretical and Applied Mechanics (ICTAM 2016) will be held in Montreal, Canada, from 21 to 26 August, 2016. IUTAM, PO.MS04-1.07.9, pp. 2019-2011. ISBN: NR16-127/2016E-EPUB; Catalogue Number: 978-0-660-05459-9
- [7] Hedrih (Stevanović) R. K., (2015) Vibro-impact dynamics of the rolling disks along rotate circle in vertical plane, Dynamical Systems, Control and Stability, Thematic Proceedings Editors: Jan Awewjcewicz, Marek Kazmierczak, Jerzy Mrozowski, Pawel Olejnik, 2015, Vol. 13/3, ISBN 978-83-7283-708-0, pp. 251-262.

## ПРОШИРЕЊЕ КЛАСИЧНЕ ТЕОРИЈЕ УДАРА КИНЕМАТИКОМ И ДИНАМИКОМ СУДАРА ДВА ТЕЛА У КОТРЉАЊУ

Катица Р. (Стевановић) Хедрих<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> Одељење за механику,  
Математички институт САНУ, Београд, Србија  
<sup>2</sup>Машински факултет Универзитета у Нишу, Србија  
E-mail: khedrih@sbb.rs

### АПСТРАКТ

Проширена је класична теорија удара и судара кинематиком и динамиком судара два аксијално симетрична крута тела у котрљању. Елементи кинематике судара два аксијално симетрична крута тела у котрљању су идентификовани и представљени многобројним сликама централног централног судара, као и косог судара два крута тела у котрљању. Изведен је један важан закључак да су долазне и одлазне угаоне брзине сваког од котрљајућих тела пре и после судара репрезентативни кинематички параметри за описивање кинематике и динамике како централног, тако и косог судара два тела у судару.

Уведена је хипотеза о конзервацији збира момента количине кретања (момента импулса) два тела у котрљању око тренутних оса котрљања после судара у поређењу са истом пре судара. Затим је уведен коефицијент судара два тела која се котрљају пре и после судара и дефинисан помоћу долазних и одлазних брзина сваког од тела пре и после судара. Такође су изведени нови изрази за одлазне угаоне брзине сваког од котрљајућих се тела после судара. Ти резултати су добијени помоћу теорије Михаила Петровића [1-4]: Елементи математичке феноменологије и Феноменолошког пресликавања. Добијени резултати су проверени и доказани елементарним приступом анализом локалне деформације тела око тачке контакта у судару, а у периоду компресије и екстензије локалне зоне у судару.

Коришћењем тих нових резултата проширења класичне теорије удара кинематиком и динамиком судара два тела у котрљању, постављена је нова методологија изучавања виброударне динамике система који садрже котрљајућа тела, која се крећу по криволинијским путањама [5-8], а у сукцесивним сударима су.

Добијени и представљени нови резултати отварају нове могућности за примене у истраживању виброударних динамичких инжењерских система који садрже котрљајуће елементе, који се сукцесивно сударају.

### ЛИТЕРАТУРА

- [1] Petrović M., *Elementi matematičke fenomenologije (Elements of mathematical phenomenology)*, Srpska kraljevska akademija, Beograd, 1911. str. 389. <http://elibrary.matf.bg.ac.rs/handle/123456789/476?locale-attribute=sr>
- [2] Petrović M., *Mecanismes communs aux phenomenes disparates*, Paris 1921.
- [3] Preface: Elements of mathematical phenomenology and phenomenological mapping in non-linear dynamics, Edited by Katica R. (Stevanovic) Hedrih, Ivan Kosenko, Pavel Krasilnikov and Pol D. Spanos, Special Issue of International Journal of Non-Linear Mechanics, Volume 73, Pages 1-128 (July 2015)
- [4] Hedrih (Stevanović) K.R. , (2015), Elements of mathematical phenomenology: I. Mathematical and qualitative analogies.. Труды МАИ Выпуск №84, pp. 42 (1-42); II. Phenomenological approximate mappings, №84, pp. 29 (1- 29) [www.mai.ru/science/trudy/](http://www.mai.ru/science/trudy/) , [http://www.mai.ru/upload/iblock/5f6/hedrih\\_eng\\_1.pdf](http://www.mai.ru/upload/iblock/5f6/hedrih_eng_1.pdf), Эл № ФС77-58560, ISSN: 1727-6942
- [5] Hedrih (Stevanović) R. K., (2016), Dynamics of Impacts and Collisions of the Rolling Balls, Dynamical Systems: Theoretical and Experimental Analysis, Springer Proceedings in Mathematics & Statistics, Volume Number: 182, Chapter 13, pp. © Springer, Part of Springer Science+Business , ISBN 978-3-319-42407-1 (in press)
- [6] Hedrih (Stevanović) R. K., (2016), Vibroimpact dynamics in systems with trigger of coupled three singular points: Collision of two rolling bodies, Book of Papers, International Congress of Theoretical and Applied Mechanics (ICTAM 2016) will be held in Montreal, Canada, from 21 to 26 August, 2016. IUTAM, PO.MS04-1.07.9, pp. 2019-2011. ISBN: NR16-127/2016E-EPUB; Catalogue Number: 978-0-660-05459-9
- [7] Hedrih (Stevanović) R. K., (2015) Vibro-impact dynamics of the rolling disks along rotate circle in vertical plane, Dynamical Systems, Control and Stability, Thematical Proceedings Editors: Jan Awewjcewicz, Marek Kazmierczak, Jerzy Mrozowski, Pawel Olejnik, 2015, Vol. 13/3, ISBN 978-83-7283-708-0, pp. 251-262.

## A NEW MODEL OF VIBRO-IMPACT DYNAMICS FOR GEARS

Ivana D. Atanasovska<sup>1</sup>, Katica R. (Stevanović) Hedrih<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Department of Mechanics,

Mathematical Institute of SASA, Belgrade, Serbia

<sup>2</sup> Faculty of Mechanical Engineering, University of Niš, Serbia

E-mail: [iviatanasov@yahoo.com](mailto:iviatanasov@yahoo.com), [khedrih@sbb.rs](mailto:khedrih@sbb.rs)

### ABSTRACT

A new model for vibro-impact dynamics of gears is developed and presented. The vibro-impact gears dynamics is characterized with vibro-impact vibrations in teeth contact during a short period of time after the collision of pinion tooth and wheel tooth, caused by variation of the number of teeth pair. A model of the central centric collision of two fictive rolling disks with radii equal to the radii of kinematic diameters of pinion and wheel, and with current rolling axes in collision in the rotation axis of pinion and wheel, are used to describe the vibro-impact dynamics of gears [1-4]. The influence of gear masses is taking into account by axial mass moments of inertia for the current gear axis of rotation. The angular velocities of the pinion and the wheel before and after every collision, and before and after every successive impact are calculated in accordance with the postulates of the extension of the classical theory of impact and collision of two rolling axially symmetric rigid bodies [1-4].

A new formula for calculations of the time periods between teeth collisions, as well as between teeth successive impacts after collision are derived in accordance with some assumptions. The direct reading of distances from the CAD models of meshed gears [5] is used for defining of the necessary geometric dimensions for a particular gear pairs. Also, the set of equations for calculation of a disturbance angular velocity of pinion, which is responsible for phenomenon of vibro-impact vibrations in gear teeth contact, are developed. This velocity depends of a tooth profile pitch deviation as well as from the total deformation of teeth pair, obtained by Finite Element Analysis [5].

A particular gear pair with such a geometry which could lead to vibro-impact vibrations [5] is used for new method presentation. For different values of transmission ratio, and with the same contact ration, the following variables are calculated for the pinion and the wheel: angular velocities, angular momentum, kinetic energy and transmission ratio. A similar analysis is performed also in the case when coefficient of collision has been varied for the value for ideal elastic collision through other possible values. The conclusions about the new model application possibilities are presented and discussed.

**Acknowledgment:** Parts of this research were supported by the Ministry of Sciences and Technology of Republic of Serbia through Mathematical Institute SANU Belgrade Grant ON174001 “Dynamics of hybrid systems with complex structures. Mechanics of materials.” and through Faculty of Mechanical Engineering University of Niš.

### REFERENCES

- [1] Hedrih (Stevanović) K.R. , (2015) Elements of mathematical phenomenology: I. Mathematical and qualitative analogies., Труды МАИ Выпуск №84, pp. 42 (1-42); II. Phenomenological approximate mappings, №84, pp. 29 (1- 29) [www.mai.ru/science/trudy/](http://www.mai.ru/science/trudy/), [http://www.mai.ru/upload/iblock/5f6/hedrih\\_eng\\_1.pdf](http://www.mai.ru/upload/iblock/5f6/hedrih_eng_1.pdf), Эл № ФС77-58560, ISSN: 1727-6942
- [2] Hedrih (Stevanović) R. K., (2016) Dynamics of Impacts and Collisions of the Rolling Balls, Dynamical Systems: Theoretical and Experimental Analysis, Springer Proceedings in Mathematics & Statistics, Volume Number: 182, Chapter 13, Springer, Part of Springer Science+Business , ISBN 978-3-319-42407-1, pp. 157-168.
- [3] Hedrih (Stevanović) R. K., (2016) Vibroimpact dynamics in systems with trigger of coupled three singular points: Collision of two rolling bodies, Book of Papers, International Congress of Theoretical and Applied Mechanics (ICTAM 2016) will be held in Montreal, Canada, from 21 to 26 August, 2016. IUTAM, PO.MS04-1.07.9, pp. 2019-2011. ISBN: NR16-127/2016E-EPUB; Catalogue Number: 978-0-660-05459-9
- [4] Hedrih (Stevanović) R. K., (2015) Vibro-impact dynamics of the rolling disks along rotate circle in vertical plane, Dynamical Systems, Control and Stability, Thematical Proceedings Editors: Jan Awewjcewicz, Marek Kazmierczak, Jerzy Mrozowski, Pawel Olejnik, 2015, Vol. 13/3, ISBN 978-83-7283-708-0, pp. 251-262.
- [5] Atanasovska I. et al., (2013) Explicit Parametric Method for Optimal Spur Gear Tooth Profile Definition, Advanced Materials Research, ISSN: 1022-6680, Vol. 633: Advances in Engineering Materials, Product and Systems Design (Special topic volume with invited peer reviewed papers only), Editor: Aleksandar Subić, ISBN-13: 978-3-03785-585-0, Trans Tech Publications, Switzerland, doi:10.4028/www.scientific.net/AMR.633.87, pp. 87-102.

## НОВИ МОДЕЛ ВИБРО-УДАРНЕ ДИНАМИКЕ ЗУПЧАНИКА

Ивана Д. Атанасовска<sup>1</sup>, Катица Р. (Стевановић) Хедрих<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> Одељење за механику,

Математички институт САНУ, Београд, Србија

<sup>2</sup> Машински факултет Универзитета у Нишу, Србија

E-mail: [viatanasov@yahoo.com](mailto:viatanasov@yahoo.com), [khedrih@sbb.rs](mailto:khedrih@sbb.rs)

### АПСТРАКТ

Развијен је и приказан нови модел вибро-ударне динамике зупчаника, која се карактерише вибро-ударним вибрацијама контакта зубаца у једном кратком временском периоду након удара зупца погонског зупчаника у зубац гоњеног зупчаника, а при промени броја парова зубаца у спрези. За описивање вибро-ударне динамике зупчаника коришћен је модел централног центричног судара два котрљајућа фиктивна диска, са полупречницима једнаким полупречницима кинематских кружница зупчаника, и са осам ротације зупчаника као тренутним осам котрљања при судару, [1-4]. Утицај маса зупчаника узет је у обзир преко аксијалних момената инерције маса зупчаника за тренутне осе ротације. Промена угаоних брзина зупчаника пре и након сваког од судара и сваког од sukcesивних удара израчунаване су на основу проширене класичне теорије удара и судара два аксијално симетрична крута тела у котрљању [1-4].

Увођењем одређених претпоставки, изведене су формуле за израчунавање времена између судара зубаца, као и времена између sukcesивних удара након судара. За одређивање појединих геометријских величина коришћено је директно читавање растојања са САД модела спрегнутих зупчаника, [5]. Такође, развијене су једначине за израчунавање поремећајне угаоне брзине погонског зупчаника која је одговорна за појаву вибро-ударних вибрација у контакту. Она зависи од одступања корака профила зубаца и од укупне деформације пара зубаца, која је одређивана Методом коначних елемената [5].

За приказ развијеног математичког модела коришћен је један конкретан пример зупчастог пара са геометријским параметрима који могу довести до појаве вибро-ударних вибрација [5]. За различите вредности преносног односа, а при непромењеном степену спрезања, одређиване су и анализирани за погонски и гоњени зупчаник промене следећих величина: угаоних брзина, момената импулса, кинетичких енергија и преносног односа. Слична анализа приказана је и при варирању коефицијента судара, од вредности за идеално еластични судар, преко других могућих вредности. Изнешени су закључци о могућностима примене развијеног модела.

### ЛИТЕРАТУРА

- [1] Hedrih (Stevanović) K.R. , (2015) Elements of mathematical phenomenology: I. Mathematical and qualitative analogies., Труды МАИ Выпуск №84, pp. 42 (1-42); II. Phenomenological approximate mappings, №84, pp. 29 (1- 29) [www.mai.ru/science/trudy/](http://www.mai.ru/science/trudy/), [http://www.mai.ru/upload/iblock/5f6/hedrih\\_eng\\_1.pdf](http://www.mai.ru/upload/iblock/5f6/hedrih_eng_1.pdf), Эл № ФС77-58560, ISSN: 1727-6942
- [2] Hedrih (Stevanović) R. K., (2016) Dynamics of Impacts and Collisions of the Rolling Balls, Dynamical Systems: Theoretical and Experimental Analysis, Springer Proceedings in Mathematics & Statistics, Volume Number: 182, Chapter 13, Springer, Part of Springer Science+Business , ISBN 978-3-319-42407-1, pp. 157-168.
- [3] Hedrih (Stevanović) R. K., (2016) Vibroimpact dynamics in systems with trigger of coupled three singular points: Collision of two rolling bodies, Book of Papers, International Congress of Theoretical and Applied Mechanics (ICTAM 2016) will be held in Montreal, Canada, from 21 to 26 August, 2016. IUTAM, PO.MS04-1.07.9, pp. 2019-2011. ISBN: NR16-127/2016E-EPUB; Catalogue Number: 978-0-660-05459-9
- [4] Hedrih (Stevanović) R. K., (2015) Vibro-impact dynamics of the rolling disks along rotate circle in vertical plane, Dynamical Systems, Control and Stability, Thematical Proceedings Editors: Jan Awewjcewicz, Marek Kazmierczak, Jerzy Mrozowski, Pawel Olejnik, 2015, Vol. 13/3, ISBN 978-83-7283-708-0, pp. 251-262.
- [5] Atanasovska I. et al., (2013) Explicit Parametric Method for Optimal Spur Gear Tooth Profile Definition, Advanced Materials Research, ISSN: 1022-6680, Vol. 633: Advances in Engineering Materials, Product and Systems Design (Special topic volume with invited peer reviewed papers only), Editor: Aleksandar Subić, ISBN-13: 978-3-03785-585-0, Trans Tech Publications, Switzerland, doi:10.4028/www.scientific.net/AMR.633.87, pp. 87-102.

## INFLUENCE OF NONLINEAR VIBRATIONS ON GEAR-DRIVE UNIT DESIGN

Sanja Lj. Vasin<sup>1</sup>, Milosav B. Ognjanović<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Department of Experimental Aerodynamics  
Military Technical Institute

Ratka Resanovića 1, Belgrade, Serbia

E-mail: [vasinsanja@gmail.com](mailto:vasinsanja@gmail.com), web page: <http://www.vti.mod.gov.rs/>

<sup>2</sup>Department of Machine Design

University of Belgrade, Mechanical Engineering Faculty

Kraljice Marije 16, Belgrade, Serbia

E-mail: [mognjanovic@mas.bg.ac.rs](mailto:mognjanovic@mas.bg.ac.rs), web page: <http://www.mas.bg.ac.rs/>

### ABSTRACT

Gear drive units are relative elastic structures with multiple sources of disturbance energy which is being transmitted through system. Dynamical excitation forces generated by pair of gears in mesh, local deviations and structural elasticity may cause failure of system components. Authors have performed an analysis of BWE SchRs-1600 gear drive unit failure which occurred after very short service life. Gear drive resonance appeared on first transmission stage, causing unfavorable effects on bearings. FEM analysis has been conducted on 3D model of gearbox housing, for identification of modal shapes and natural frequencies of housing structure and gear pair in mesh. Catastrophic failure of drive unit bearings in the form of progressive pitting was caused by multiple simultaneous effects which have been identified during analysis. Gear drive resonance combined with gear pair natural frequencies and natural frequencies of housing which can cause increase of noise level, have been eliminated with proposed corrections in system design. Design parameters have been harmonized providing smooth work of gearbox.

**Keywords:** Gear drive, Failure, Resonance, Design, Bearings.

### REFERENCES

- [1] Ognjanović, M., Ristić, M., Vasin, S. (2013), “BWE traction units failures caused by structural elasticity and gear resonances,” *Tehnički vjesnik* 20, pp. 599-604.
- [2] Shuting L. (2008), “Experimental investigation and FEM analysis of resonance frequency behavior of three-dimensional, thin-walled spur gears with a power-circulating test rig,” *Mechanism and Machine Theory* 43, pp. 934-963.
- [3] Laniado-Jácome E., Meneses-Alonso J., Diaz-López V. (2010), “A study of sliding between rollers and races in a roller bearing with a numerical model for mechanical event simulations,” *Tribology International* 43, pp. 2175-2182.



## УТИЦАЈ НЕЛИНЕАРНИХ ВИБРАЦИЈА НА ДИЗАЈН ЗУПЧАСТИХ ПРЕНОСНИКА

Сања Љ. Васин<sup>1</sup>, Милосав Б. Огњановић<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Сектор за експерименталну аеродинамику и протипове  
Војнотехнички Институт,  
Ратка Ресановића 1, Београд, Србија  
E-mail:vasinsanja@gmail.com, web page: <http://www.vti.mod.gov.rs/>

<sup>2</sup>Катедра за Опште машинске конструкције,  
Универзитет у Београду,  
Краљице Марије 16, Београд, Србија  
E-mail:moganjnovic@mas.bg.ac.rs, web page: <http://www.mas.bg.ac.rs/>

### АПСТРАКТ

Зупчasti преносници снаге имају релативно еластична кућишта са великим бројем потенцијалних извора побуде, односно поремећаја који се преносе кроз систем. Динамичке силе генерисане спрезањем пара зупчаника, локалним одступањима геометрије и еластичности ослонаца, могу довести до разарања делова у структури система. Аутори су спровели анализу отказа погонске јединице рото-багера BWE SchRs-1600 који се догодио у веома кратком радном веку. На првом степену преноса појавила се резонанција, стварајући неповољне услове на местима лежајева. Анализа коначним елементима примењена је на 3Д моделу кућишта преносника за идентификацију модалних облика и сопствених фреквенција кућишта и пара зупчаника у спрези. Отказ лежаја преносника наступио је у виду прогресивног питинга као последица вишеструких симултаних ефеката који су обухваћени овом анализом. Резонанција и поклапање сопствених фреквенција еластичног кућишта и пара зупчаника у спрези елиминисани су помоћу предложених измена у дизајну система. Конструкцијски параметри критичног зупчастог пара хармонизовани су како би се обезбедио миран рад преносника.

**Кључне речи:** Преносници, Резонанција, Дизајн, Лежаји.

### ЛИТЕРАТУРА

- [1] Ognjanović, M., Ristić, M., Vasin, S. (2013), “BWE traction units failures caused by structural elasticity and gear resonances,” *Tehnički vjesnik* 20, pp. 599-604.
- [2] Shuting L. (2008), “Experimental investigation and FEM analysis of resonance frequency behavior of three-dimensional, thin-walled spur gears with a power-circulating test rig,” *Mechanism and Machine Theory* 43, pp. 934-963.
- [3] Laniado-Jácome E., Meneses-Alonso J., Diaz-López V. (2010), “A study of sliding between rollers and races in a roller bearing with a numerical model for mechanical event simulations,” *Tribology International* 43, pp. 2175-2182.

## FINITE ELEMENT METHOD APPLICATION IN NONLINEAR ANALYSIS OF REAL MECHANICAL SYSTEMS

**Snežana D. Vulović<sup>1</sup>, Miroslav M. Živković<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Faculty of engineering (Laboratory for engineering software)

University of Kragujevac

Kragujevac, Serbia

E-mail: vsneza@kg.ac.rs

<sup>2</sup>Faculty of engineering (Laboratory for engineering software)

University of Kragujevac

Kragujevac, Serbia

E-mail: zile@kg.ac.rs

### ABSTRACT

Today structures become more and more complex. Analytical calculation of complex structures is possible only with many simplifications that is why numerical methods are increasingly used for calculation of complex structures. Numerical calculation has become necessary part of documentation when designing new wagons, or reconstructing old ones. The wagon is generally made up of plates and beams, and their characteristics directly affect the static and dynamic behavior of the vehicle. Analysis of the vibrator's CCW-5000 influence on the wagon type Falns is presented in this paper. Vibrators are used for unloading cargo. Two positions of the vibrator on the structure have been analyzed. First, the influence of the vibrator mounted on the saddle of the wagon was analyzed. Vibrators in this position cause small displacements of the superstructure, ie. they have little effect on unloading, therefore, the impact of the vibrator to the main longitudinal undercarriage have been analyzed. In this position resonance of the frequency of the vibrator and the own modes of the sheets metal superstructure occurs. Conclusion have been made that the frequency of the vibrator should be changed, or stiffening should be added to the sheet metal superstructure so the own frequencies would be different then the frequency of the vibrator.

**Keywords:** Finite element method, Dinamic, Wagon.

### REFERENCES

- [1] М. Којић, Р. Славковић, М. Живковић, Н. Грујовић. (2010), *Метод коначних елемената I, Машински факултет у Крагујевцу*, Крагујевац.
- [2] Static and fatigue strength analysis of 4 – axle wagon Falns 64m<sup>3</sup>.docx.
- [3] <http://www.vibco.com/products/railcar-vibrators>.



## ПРИМЕНА МЕТОДЕ КОНАЧНИХ ЕЛЕМЕНАТА У НЕЛИНЕАРНИМ АНАЛИЗАМА РЕАЛНИХ СИСТЕМА

Снежана Д. Вуловић<sup>1</sup>, Мирослав М. Живковић<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Факултет инжењерских наука (Лабораторија за инжењерски софтвер)

Универзитет у Крагујевцу

Крагујевац, Србија

E-mail: vsneza@kg.ac.rs

<sup>2</sup>Факултет инжењерских наука (Лабораторија за инжењерски софтвер)

Универзитет у Крагујевцу

Крагујевац, Србија

E-mail: zile@kg.ac.rs

### АПСТРАКТ

Данас конструкције постају све сложеније. Аналитички прорачун сложених конструкција је могућ са много упрошћења, зато се све више користе нумеричке методе за прорачун сложених конструкција. Нумерички прорачун је постао неопходан део документације при пројектовању нових вагона или при реконструкцији постојећих. Вагон се генерално састоји од плоча и греда, и њихове карактеристике директно утичу на статичку и динамичко понашање возила. У овом раду је приказана анализа утицаја вибратора ССW-5000 на вагон типа Falns. Вибратори се користе при истовару терета. Анализирана су два положаја вибратора на конструкцији. Прво је анализиран утицај вибратора постављених на седло вагона. Вибратори у овом положају изазивају мала померања надградње, тј. имају мали утицај на истовар терета, зато је анализиран утицај вибратора на главном подужном носачу. При овом положају носача долази до резонанце сопствених модова лимова надградње са фреквенцијом вибратора. Дошло се до закључка да треба променити фреквенцију вибратора или додати укрућења на лимове надградње да би се променили сопствени модови.

**Кључне речи:** Метод коначних елемената, Динамика, Вагони.

### ЛИТЕРАТУРА

- [1] М. Којић, Р. Славковић, М. Живковић, Н. Грујовић. (2010), *Метод коначних елемената I, Машински факултет у Крагујевцу*, Крагујевац.
- [2] Static and fatigue strength analysis of 4 – axle wagon Falns 64m<sup>3</sup>.docx.
- [3] <http://www.vibco.com/products/railcar-vibrators>.



## **CONCEPTUAL DESIGN OF AUTOMATIC CONTROL SYSTEM FOR A TURBOJET ENGINE**

**Miloš Živanović**

EDePro Company  
Belgrade

### **ABSTRACT**

Although a turbojet engine is an expensive machine of complex construction which requires complex calculations, precision machining and durable materials, from the standpoint of automatic control it is basically just a mechanical system with one degree of freedom. A turbojet engine has extremely nonlinear dynamics which cannot even be given in analytical form so that applied control must be robust under parameter uncertainty. This dynamics is related to so called self-sustaining run of the engine. However, additional non-self-sustaining engine run phases can be recognized in which the engine has also to be controlled. In self-sustaining run, the engine is exposed to very high temperatures and angular velocities of its parts which must be kept in admissible limits. Since the fuel flow is usually the only control quantity, a turbojet engine can be considered as an underactuated system. All these facts make the control of the engine complex even though the system is of one mechanical degree of freedom.

In this lecture, we shall discuss what makes up an automatic control system for a turbojet engine and explain how the turbojet engine can be controlled in each of its run phases. Also, a real application of the automatic control system to a turboshaft engine will be presented.

**Keywords:** turbojet engine, control system

### **REFERENCES**

- [1] Spang, H A., Brown H. (1999), “Control of jet engines”, Control Engineering Practice 7, pp.1043-1059.

## КОНЦЕПТУАЛНИ ДИЗАЈН АУТОМАТСКОГ СИСТЕМА УПРАВЉАЊА ЗА ТУРБОМЛАЗНИ МОТОР

**Милош Живановић**

Фирма EDePro  
Београд  
miloszivanoviccar@gmail.com

### АПСТРАКТ

Иако је турбомлазни мотор једна скупа машина сложене конструкције која захтева сложене прорачуне, прецизну израду и издржљиве материјале, с тачке гледишта аутоматског управљања он је у основи само један механички систем с једним степеном слободе. Турбомлазни мотор има екстремно нелинеарну динамику која се чак не може представити у аналитичком облику тако да примењено управљање мора бити робусно на неодређеност параметара. Ова динамика се односи на такозвани самостални рад мотора. Међутим, могу се уочити и друге фазе рада мотора које нису самосталне и у којима мотор такође мора бити управљан. При самосталном раду мотор је изложен врло високим температурама и угаоним брзинама његових делова који се морају држати у дозвољеним границама. Пошто је обично проток горива једина управљачка величина, турбомлазни мотор се може сматрати као систем који има више управљаних него управљачких величина. Све ове чињенице чине управљање мотора сложеним мада систем има један механички степен слободе.

На овом предавању, говорићемо шта чини један аутоматски систем управљања турбомлазног мотора и објаснити како се турбомлазни мотор може управљати у свакој од његових фаза рада. Такође, представићемо и једну практичну примену аутоматског система управљања на једном турбовратилном мотору.

**Кључне речи:** турбомлазни мотор, систем управљања

### ЛИТЕРАТУРА

[1] Spang, H A., Brown H. (1999), “Control of jet engines”, Control Engineering Practice 7, pp.1043-1059.



## NONLINEAR DYNAMICS OF ROBOT AND ITS WORKING SPACE

**Mirjana M. Filipovic**

Mihajlo Pupin Institute, University of Belgrade, Volgina 15, 11000, Belgrade, Serbia

E-mail: [mira@robot.imp.bg.ac.rs](mailto:mira@robot.imp.bg.ac.rs), [mirjana.filipovic@pupin.rs](mailto:mirjana.filipovic@pupin.rs)

web page: <http://www.pupin.rs/RnDProfile/filipovic.html>

### ABSTRACT

Today's working and producing spaces of the robot dictate market's changes and global competition. To achieve the new features of complex systems which include robotic systems, core research is essential. Also, testing the generated tools which confirm their possibilities is very important. It is important that we know if robot's tool (end effector) can achieve a certain point in its workspace and with a certain orientation defined by the user. Currently, this problem is solved by visual analysis of robot's workspace.

It is required that singular positions and orientations of the robot are avoided. Workspace of the kinematic structure can be defined as set of poses which a robot can achieve in 3D space. Feasible workspace does not include robot's singular space. If robot's singular space is subtracted from its complete workspace than we achieve robot's feasible workspace, which relates to the selected application. Because of that, it is important that we introduce methodology and parameters which can be used for detecting singularities of different robotic configurations. The number of parameters and their non-linear influence on robot's workspace generation is big. Robotic configuration can be industrial, humanoid or any other type, for example cable-driven parallel robotic system (CPR system).

Analysis and synthesis of robot's feasible workspace presents an important characteristic of any robotic configuration which is very complex and non-linear. To facilitate the similarity of singular and feasible workspaces generation of different robotic systems, the analysis of workspace generation of 6-DOF ABB robot and cable suspended robot CPR-C will be given in this paper. A key requirement is to construct a robotic system and to select all of its components so that the user can have certain functionality of the system in its feasible workspace. Many researchers have dealt with this important problem and only some will be mentioned in this paper: [1]-[3].

**Keywords:** Non-linearity, Robotic system, Workspace.

### REFERENCES

- [1] Gagliardini L., Caro S., Gouttefarde M., (2015), “Dimensioning of Cable-Driven Parallel Robot Actuators, Gearboxes And Winches According To The Twist Feasible Workspace, “ *2015 Ieee International Conference On Automation Science And Engineering (Case)*, Gothenburg, Sweden, 24 - 28 Aug, pp. 99-105.
- [2] Djuric A., Filipovic M., Chen W. (2013) “Vizualiaztion Of The Three Critical Spaces Related To The 6-Dof Machinery, “ *4th International Congress Of Serbian Society Of Mechanics*, Gothenburg, Sweden, 4-7 June, pp. 915-920.
- [3] Filipović M., Djuric A., Kevac Lj. (2012) “The Mathematical Model Of Aerial Robot In Purpose Increasing Of Its Autonomy, “ *20th Telecommunications Forum Telfor*, Belgrade, Serbia, November 20-22, pp 1575-1578.

## НЕЛИНЕАРНА ДИНАМИКА РОБОТА И ЊЕГОВ РАДНИ ПРОСТОР

Мирјана М. Филиповић

<sup>1</sup> Институт Михајло Пупин, Универзитет у Београду, Београд, Србија  
E-mail: [mira@robot.imp.bg.ac.rs](mailto:mira@robot.imp.bg.ac.rs), [mirjana.filipovic@pupin.rs](mailto:mirjana.filipovic@pupin.rs)  
web page: <http://www.pupin.rs/RnDProfile/filipovic.html>

### АПСТРАКТ

Данашње радно и производно окружење робота диктирају тржишне промене и глобалну конкуренцију. Да би се оствариле нове карактеристике сложених система у које спадају и робротски системи неопходна су суштинска истраживања као и тестирање генерисаних алата у циљу потврде њихових могућности. Важно је да знамо да ли је извршни алат робота може да достигне одређену тачку у свом радном простору са жељеном оријентацијом алата како би се задовољили захтеви корисника. Тренутно, овај проблем је решен визуелним анализом радног простора робота. Захтева се да буду избегнути сингларне позиције и оријентације алата робота. Радни простор кинематичке структуре се може дефинисати као скуп свих тачака које робот може да постигну у 3Д простору. Изводљиви радни простор не обухва сингуларни регион. Ако се од укупног радног простора одузме сингуларни простор добије се изводљиви радни простор, који се односи на изабрану апликацију.

Стога је важно да се уведу параметри и методологије којима се може детектовати ефекат сингуларитета за различите роботске конфигурације. Број параметара као и Њихов нелинеарни утицај на генерисање радног простора је велики. Роботска конфигурација може бити индустријска, хуманоидна или били ког другог облика на пример кабловски вођени роботски систем (Цабле-суспендед Параллел Робот, ЦПР систем).

Анализа и синтеза изводљивог радног простора представља значајну карактеристику роботске конфигурације која је свакако сложена и нелинеарна. Да би се показала сличност при генерисању радног, сингуларног и изводљивог радног простора робота у овом раду ћемо дати упоредну анализу како се генеришу ови простори за 6-ДОФ АББ робот са шест степени слободе и кабловски вођени роботски систем типа ЦПР-Ц. Кључни захтев је конструисати роботски систем и одабрати све Његове компоненте тако да кориснику буде гарантована његова функционалност у одређеном - изводљивом делу радног простора. Овим важним и сложеним проблемом су се бавили многи истраживачи а ми ћемо овде поменути само неке референце [1] - [3].

**Кључне речи:** Нелинеарност, Роботски систем, Радни простор.

### ЛИТЕРАТУРА

- [1] Gagliardini L., Caro S., Gouttefarde M., (2015), “Dimensioning of Cable-Driven Parallel Robot Actuators, Gearboxes And Winches According To The Twist Feasible Workspace, “ *2015 Ieee International Conference On Automation Science And Engineering (Case)*, Gothenburg, Sweden, 24 - 28 Aug, pp. 99-105.
- [2] Djuric A., Filipovic M., Chen W. (2013) “Vizualiaztion Of The Three Critical Spaces Related To The 6-Dof Machinery, “ *4th International Congress Of Serbian Society Of Mechanics*, Gothenburg, Sweden, 4-7 June, pp. 915-920.
- [3] Filipović M., Djuric A., Kevac Lj. (2012) “The Mathematical Model Of Aerial Robot In Purpose Increasing Of Its Autonomy, “ *20th Telecommunications Forum Telfor*, Belgrade, Serbia, November 20-22, pp 1575-1578.

## **NONLINEAR DYNAMIC ANALYSIS OF ABSORPTION PROCESS OF COLLISION KINETIC ENERGY OF RAIL VEHICLES USING FINITE ELEMENTS METHOD**

**Jovan Tanasković**

Department of Rail Vehicles  
University of Belgrade Faculty of Mechanical Engineering  
Belgrade, Serbia  
E-mail: [jtanaskovic@mas.bg.ac.rs](mailto:jtanaskovic@mas.bg.ac.rs)

### **ABSTRACT**

Development of passive safety elements presents very important activity directed in increase of safety in railway traffic. Basic role of passive safety elements is to absorb requested amount of collision kinetic energy through its own controlled deformation and to reduce the values of the force that is transferred to the rest parts of the vehicle structure. In this way it prevents deformation of the middle-passenger zone of the wagon and at the same time the number of human casualties and material damage is reduces to a minimum. Experimental investigations of the several types of absorbers showed that the absorber which works on the principle of shrinking the tube passing through special cone bush presents most acceptable solution from aspect of gradual increase of deformation resistance, possibility of fully control of deformation process and the amount of energy absorbed. Absorber developed in this paper consists of the seamless tube made by low carbon steel in quality P235T1 and the cone bush made by quench and tempered carbon steel in quality C45E. Quasi-static laboratory investigations of elements of absorber and dynamic investigations realized through collision of passenger coaches are the key part of experimental investigations and verification of prototype of absorber. Numerical model of the tube absorber was developed. Nonlinear numerical simulations of deformation process using finite elements method and strain rate dependent options were realized. Based on the results of experimental investigations the key parameters which verifies developed numerical model for use in further researches in field of quasi-static as well as dynamic environment (high deformation rate) were defined. During future investigations, developed numerical model can be used in process of dimensioning of elements of different absorption power, while for the final verification of prototype is necessary to perform dynamic test in accordance to valid standards – CRASH TEST.

**Keywords:** Passive Safety, Nonlinear Dynamic Analysis, Experimental Investigations, Rail Vehicles.

### **REFERENCES**

- [1] Tanasković J., *Optimization and verification of collision kinetic energy absorbers of passenger coaches*, PhD Thesis, University of Belgrade, Faculty of Mechanical Engineering, Belgrade, 2011.
- [2] Tanaskovic J., Lučanin V., Milković D., Simić G., Miloš M., *Experimental research of characteristics of modified tube absorbers of kinetic collision energy of passenger coaches*, Journal of Experimental Techniques, Volume 38, Issue 3, page 37-44, 2014.
- [3] Tanasković J., Milković, D., Lučanin, V., Simić G., *Experimental and numerical determination of tube collision energy absorbers characteristics*, FME Transactions, Volume 40, No 1, page 11 - 16, Belgrade, 2012.
- [4] Tanaskovic D. J., Milkovic D. D., Lucanin J. V., Franklin Vasic G., *Experimental investigations of the shrinking-splitting tube collision energy absorber*, Journal of Thin-Walled Structures, Volume 86, page 142-147, 2015.

## НЕЛИНЕАРНА ДИНАМИЧКА АНАЛИЗА ПРОЦЕСА АПСОРПЦИЈЕ КИНЕТИЧКЕ ЕНЕРГИЈЕ СУДАРА ШИНСКИХ ВОЗИЛА КОРИШЋЕЊЕМ МЕТОДЕ КОНАЧНИХ ЕЛЕМЕНАТА

**Јован Танасковић**

Катедра за шинска возила  
Универзитет у Београду - Машински факултет  
Београд, Србија  
E-mail: [jtanaskovic@mas.bg.ac.rs](mailto:jtanaskovic@mas.bg.ac.rs)

### АПСТРАКТ

Развој елемената пасивне безбедности шинских возила представља веома важну активност усмерену на повећање безбедности у железничком саобраћају. Основна улога елемената пасивне безбедности је да сопственом контролисаном деформацијом апсорбују захтевану количину кинетичке енергије судара и на тај начин смање вредности сила које се уносе у носећу структуру шинског возила. На овај начин се спречава деформисање средишње-путничке зоне вагона, а самим тим се број људских жртава и величина материјалне штете свде на најмању могућу меру. Експериментална истраживања више типова апсорбера показала су да апсорбери који раде на принципу сужавања цеви провлачењем кроз специјалну конусну чауру представљају најприхватљивије решење са аспекта постепеног пораста деформационог отпора, могућности потпуног контролисања процеса деформисања и количине апсорбоване енергије. Апсорбер развијен у овом раду састоји се од цеви без шава направљене од нискоугљеничног челика у квалитету P235T1 и конусне чауре направљена од челика за побољшање у квалитету С45Е. Квази-статичка лабораторијска испитивања елемената апсорбера и динамичка испитивања путем судара путничких вагона су кључни део експерименталних истраживања и верификације прототипа апсорбера. Развијен је нумерички модел цевног апсорбера и реализоване су нумеричке симулације процеса деформисања методом коначних елемената у области нелинеарности, укључујући параметар осетљивости на брзину деформације. На бази резултата експерименталних истраживања дефинисани су кључни параметри који верификују развијени нумерички модел за употребу у даљим истраживањима, како у области квази статике, тако и у области динамике – великих брзина деформисања. Током будућих истраживања, развијени нумерички модел може се користити у процесу димензионисања елемената различите апсорпционе моћи, док је за финалну верификацију прототипа неопходно спровести експериментална истраживања у складу са важећим стандардима – CRASH TEST.

**Кључне речи:** Пасивна безбедност, Нелинеарна динамичка анализа, Експериментална истраживања, Шинска возила.

### ЛИТЕРАТУРА

- [1] Tanasković J., *Optimizacija i verifikacija apsorbera kinetičke energije sudara putničkih vagona*, Doktorska disertacija, Mašinski fakultet Univerziteta u Beogradu, Beograd, 2011.
- [2] Tanaskovic J., Lučanin V., Milković D., Simić G., Miloš M., *Experimental research of characteristics of modified tube absorbers of kinetic collision energy of passenger coaches*, Journal of Experimental Techniques, Volume 38, Issue 3, page 37-44, 2014.
- [3] Tanasković J., Milković, D., Lučanin, V., Simić G., *Experimental and numerical determination of tube collision energy absorbers characteristics*, FME Transactions, Volume 40, No 1, page 11 - 16, Belgrade, 2012.
- [4] Tanaskovic D. J., Milkovic D. D., Lucanin J. V., Franklin Vasic G., *Experimental investigations of the shrinking-splitting tube collision energy absorber*, Journal of Thin-Walled Structures, Volume 86, page 142-147, 2015.

## HIGH SPEED IMPACT DYNAMICS

**Dejan B. Momčilović**

Institute for testing of metals IMS  
Belgrade Serbia  
e-mail: dejan.b.momcilovic@gmail.com

### ABSTRACT

The behavior of structures made of metals, generally is found to be very sensitive to rate of deformation. Dynamic behavior of structures and materials, under high strain-rate or high-speed impact conditions have significant practical importance in wide range of practical problems like response of structures to blast and impulsive loads, contact stresses under high-speed bearings, high-speed machining and explosive welding, foreign object damage etc.

The basic problem is that the rapid applied impact load is non-linear and very local, but with the global effects on whole structure. At the same time, as a result of impact load, there is a time delay and attenuation of effects of impact to other parts of structure. The deformation and stress produced by the load move through the body in a form of a wave so called shock waves. During reflection of such shock waves the development of spall of construction is possible. Consequently, during short characteristic time of shock loading, for example from  $10^{-4}$  to  $10^{-6}$  seconds for explosion, development of stresses of magnitude up to 10 GPa is possible. Combination, of such stress magnitudes and localized effects introduce additional variables like thermodynamic properties of materials. As a result of very intensive local deformation a formation of so called adiabatic shear bands, which acts as initiation sites of fracture. Combination of all briefly noted side effect of high speed impact, give as a result a research area that can be defined as applied nonlinear dynamics with the elements of mechanics of materials.

All of the mentioned above presents the basis for damage assessment of real metallic constructions. This paper describes basic theoretical mechanisms of damage under high-strain rate deformation and examples from testing of such damaged constructions.

**Keywords:** impact, stress waves, damage

### REFERENCES

- [1] Liu, C., Rosakis, A.J., Investigation of Transient Effects for Dynamically Initiating and Growing Cracks Under Stress Wave Loading Conditions," Dynamic Fracture Mechanics (M.H. Aliabadi, Ed.), Computational Mechanics Publication, Southampton, UK; Boston, USA, Chapter 4, (1994)
- [2] V.Grabulov, D.Momčilović, Significance of Fracture Mechanic Testing for Structural Integrity of Welded Joints, Monograph from Tenth International Fracture Mechanics Summer School IFMASS 10, 2009, Društvo za integritet i vek konstrukcija, ISSN: 1451-3749, ISBN: 978-86-82081-19-7, pp 145-162
- [3] Nayfeh, A.H., Balachandran, B., Applied Nonlinear Dynamics - Analytical, Computational, and Experimental Methods, WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, Weinheim (2004).
- [4] Brun, R., ed., High Temperature Phenomena in Shock Waves, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, (2012)
- [5] Dodd, B., Bai, Y. eds, Adiabatic Shear Localization, 2ed, Elsevier, (2012)



## ДИНАМИКА УДАРА ПРИ ВЕЛИКИМ БРЗИНАМА

**Dejan B. Momčilović**

Institut za ispitivanje materijala IMS,  
Beograd, Srbija  
e-mail: dejan.b.momcilovic@gmail.com

### АПСТРАКТ

Одавно је познато да је понашање конструкција израђених од металних материјала осетљиво на брзину прираста деформације. Разумевање и квантификовање овог понашања у условима динамичког удара при великим брзинама, односно великим брзинама деформације, има велику практичну примену код проблема као што је понашање конструкција при експлозији, контактним напонима код котрљаних лежаја, машинске обраде при великим брзинама, експлозивном заваривању, оштећењима услед удара страног тела итд.

Основни проблем лежи у чињеници да је ударно оптерећење у суштини проблем локалног карактера са глобалним утицајем на целу конструкцију. Под локализованим карактером, подразумевамо да се ефекти удара не пренесе тренутно кроз целу конструкцију или тело и да у преношењу утицаја изазваних ударом постоји пригушење и временско кашњење. Напон и деформација произведени услед удара се преносе кроз конструкцију у облику који се назива ударни таласи, што накнадно изазива глобални утицај. При преламању ударних таласа на геометријским дисконтинуитетима конструкције, могуће је откидање делова конструкције, на критичним местима. Велике брзине удара имају своје карактеристично време, које на пример код експлозије износи од  $10^{-4}$  до  $10^{-6}$  секунди и током тог времена, локални напони достижу ред величине од 10 GPa. Управо ова комбинација веома кратког времена трајања удара односно импулса и високе вредности локалних напона стварају додатне ефекте који морају у ову подгрупу нелинеарну динамике да укључе као променљиву и термодинамичке карактеристике материјала од којих је изграђена разматрана конструкција. Као резултат наведене интензивне локалне деформације, у материјалу се јављају такозване адијабатске траке смицања које су веома значајне зато што претходе настанку прелина које доводе до лома конструкције.

Све напред наведене основне поставке проблематике удара при великим брзинама деформације су послужиле као основ за процену степена оштећења реалних челичних конструкција. У раду су кроз више практичних примера изложени основни теоријски механизми оштећења услед удара при великим брзинама.

**Кључне речи:** удар, ударни талас, оштећење, лом

### ЛИТЕРАТУРА

- [1] Liu, C., Rosakis, A.J., Investigation of Transient Effects for Dynamically Initiating and Growing Cracks Under Stress Wave Loading Conditions," Dynamic Fracture Mechanics (M.H. Aliabadi, Ed.), Computational Mechanics Publication, Southampton, UK; Boston, USA, Chapter 4, (1994)
- [2] V.Grabulov, D.Momčilović, Significance of Fracture Mechanic Testing for Structural Integrity of Welded Joints, Monograph from Tenth International Fracture Mechanics Summer School IFMASS 10, 2009, Društvo za integritet i vek konstrukcija, ISSN: 1451-3749, ISBN: 978-86-82081-19-7, pp 145-162
- [3] Nayfeh, A.H., Balachandran, B., Applied Nonlinear Dynamics - Analytical, Computational, and Experimental Methods, WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, Weinheim (2004).
- [4] Brun, R., ed., High Temperature Phenomena in Shock Waves, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, (2012)
- [5] Dodd, B., Bai, Y. eds, Adiabatic Shear Localization, 2ed, Elsevier, (2012)



**dr Ivana D. Atanasovska, Mech. Eng.,**

**Address:** Mathematical Institute of SASA,  
Kneza Mihaila 36, 11001 Belgrade, Serbia  
**Tel:** +381 69 2221 317 (mobile) ; +381 11 6128824 (home)  
**E-mails:** iatanasovska@mi.sanu.ac.rs; iviatanasov@yahoo.com  
**Born on** 10 June 1971 in Kumanovo.  
**Married and has two sons, Aleksandar and Nenad.**

Dr Ivana Atanasovska graduated on the Mathematics and informatics department of Secondary school as the best student. After secondary education, she started studies at the Faculty of Mechanical Engineering on University of Kragujevac in school year 1989/90. She was studying on the Department for Process Engineering and graduated in 1994 with graduate thesis in Machine elements with the best marks. She received the M.Sc. degree in 1999 from the Faculty of Mechanical Engineering, University of Kragujevac, from the Department of mechanical construction and mechanization. The Ph.D. degree received in 2004 from the Faculty of Mechanical Engineering, University of Kragujevac under the supervision of Prof. Vera Nikolic Stanojevic. The title of her Ph.D. thesis was: "Influence of load distribution on the load capacity of involute cylindrical gears".

She worked at the Faculty of Mechanical Engineering, University of Kragujevac at the position of Graduate Research Assistant in the Department of mechanical construction and mechanization from 1995 to 1997. In this period she worked in the scientific research projects funding from The Ministry of science, technology and development of Republic of Serbia, and gave the contribution in the preparation and carrying out the practice in teaching courses: Machine elements, Calculations of mechanical constructions and Design methods.

From December 1997 to 2005 she worked at different professional positions in mechanical engineering and through different practical tasks developed the competence for carrier of scientist and researcher who successfully connected the research tasks and practical implementation. She worked in this period in the Agency for Recycling of Ministry of life environment protection of Republic of Serbia, as well as in Unit for publishing in PE POST "Serbia".

Ivana Atanasovska received her Ph.D in June 2004 and then appointment for Assistant Professor in Department for information technologies in Faculty of Management in industry, Krusevac. From 2006 to 2014 worked at the position of Assistant Research Professor in Institute for material testing, Belgrade and Institute "Kirilo Savic", Belgrade. From September 2014 to May 2016 worked in the Innovation center of the Faculty of Mechanical engineering, University of Belgrade. In December 2014 she received scientific title Associate Research Professor and from May 2016 works in the Mathematical Institute of the Serbian Academy of Sciences and Arts. She is dedicated to the science and research activities and to the application of numerical methods and applied mechanics in real engineering problems. Last years she focuses the research activities on nonlinear phenomena and nonlinear dynamics of real mechanical systems. Also, significantly motivates young researchers and professional staff in the current and past professional positions in their research.

Ivana Atanasovska takes a part as a researcher in the research projects which are coordinated by the Mathematical Institute of the Serbian Academy of Sciences and Arts (SASA) from 2006. She is a member of Serbian Society of Mechanics and Society for Structural Integrity and Life, Belgrade. She was the member of research teams in two international research projects started in 2013. One of them is innovation project funding in FP7 framework program and the other is funding by the University Teknologi PETRONAS, Malaysia. She has a successful collaboration with "School of Aerospace, Mechanical and Manufacturing Engineering RMIT University, Melbourne, Australia" and with Faculty of Mechanical engineering, University of Maribor, Slovenia.

Ivana Atanasovska published more than 100 papers as author or co-author, among them: more of 15 papers in international journals and significant number in national journals, with citations in international and national journals indexed in reference bases. She is the reviewer in leading international journal in the area of machine elements and mechanisms *Scientific Journal Mechanism and Machine Theory, published by Elsevier*, as well as the member of the international editorial board of the *International Journal for traffic and transport engineering (IJTTE)*. Also, she was a member of the organization committees of two national and one international scientific conference. Ivana Atanasovska is permanent member in Commission for machine safety and Commission for technical drawing in Institute for standardization in Republic of Serbia.

### **Selected Bibliography for period 2011-2016 – dr Ivana D. Atanasovska**

1. **I. Atanasovska**: INFLUENCE OF ADDENDUM MODIFICATION ON SPUR GEARS STABILITY, *International Journal of Powertrains–„Special Issue on Technologies and Models for High Power Density Geared Powertrains“*, Guest Editor: Prof. Dr. Christos Spitas, Delft University of Technology, Netherlands, ISSN online:1742-4275, ISSN print:1742-4267, DOI: [10.1504/IJPT.2016.079074](https://doi.org/10.1504/IJPT.2016.079074), Publisher: Inderscience Publishers, Switzerland, Vol.5, No.3, pp.230-245
2. S. Patil, S. Karuppanan, **I. Atanasovska**: EXPERIMENTAL MEASUREMENT OF STRAIN AND STRESS STATE AT THE CONTACTING HELICAL GEAR PAIRS, *Measurement*, ISSN 0263-2241, doi:10.1016/j.measurement.2015.12.046, Published by Elsevier, Volume 82, March 2016, pp. 313-322. <http://www.sciencedirect.com.proxy.kobson.nb.rs:2048/science/article/pii/S026322411500706X>
3. H. Abderazek, Dj. Ferhat, **I. Atanasovska**: ADAPTIVE MIXED DIFFERENTIAL EVOLUTION ALGORITHM FOR BI-OBJECTIVE TOOTH PROFILE SPUR GEAR OPTIMIZATION, *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, ISSN 0268-3768, Published by Springer-Verlag, London, 2016 in press
4. **I. Atanasovska**: THE MATHEMATICAL PHENOMENOLOGICAL MAPPING IN NONLINEAR DYNAMICS OF SPUR GEAR PAIR AND RADIAL BALL BEARING DUE TO THE VARIABLE STIFFNESS, *International Journal of Non-linear Mechanics*, ISSN 0020-7462, *Elements of mathematical phenomenology and phenomenological mapping in non-linear dynamics*, Edited by Katica R. (Stevanovic) Hedrih, Ivan Kosenko, Pavel Krasilnikov and Pol D. Spanos doi:10.1016/j.ijnonlinmec.2014.11.015, Published by Elsevier, Volume 73, July 2015, pp. 114-120.
5. **I. Atanasovska**, R. Mitrović, D. Momčilović, N. Soldat: THE NEW METHODOLOGY FOR ASSESSMENT OF INVOLUTE GEARS STABILITY, *11<sup>th</sup> International Symposium on Stability, Vibration, and Control of Machines and Structures, SVCS2014*, July 3–5, 2014, Belgrade, Serbia ISBN 978-80-8075-655-0, EAN 9788080756550, Published by Springer, 2014, pp. 285-295.
6. S. S. Patil, S. Karuppanan, **I. Atanasovska**, A. A. Wahab: CONTACT STRESS ANALYSIS OF HELICAL GEAR PAIRS, INCLUDING FRICTIONAL COEFFICIENTS, *International Journal of Mechanical Sciences*, ISSN 0020-7403, doi: 10.1016/j.ijmecs. 2014.05.013, Published by Elsevier, Volume 85, August 2014, pp. 205-211.
7. **I. Atanasovska**, M. Vukšić Popović, Z. Starčević: THE DYNAMIC BEHAVIOUR OF GEARS WITH HIGH TRANSMISSION RATIO, *International Journal for traffic and transport engineering IJTTE*, ISSN 2217-544X, UDC 621.833.22, Published by Scientific Research Center Ltd., Belgrade, Volume 2, Number 2, June 2012, pp.153-160.
8. **I. Atanasovska**, M. Vukšić Popović: DYNAMICS OF GEAR-PAIR SYSTEMS WITH PERIODIC VARYING MESH STIFFNESS-SPUR GEARS VS HELICAL GEARS, *Series: Scientific Review, Scientific and Engineering - Special Issue: Nonlinear Dynamics S2 (2013) Dedicated to Milutin Milanković (1879-1958)*, Guest Editors: Katica R (Stevanović) Hedrih and Željko Mijajlović, YU ISSN:0350-2910, UDK 001, Publisher: Serbian Scientific Society, 2013, pp. 373-388.
9. **I. Atanasovska**, R. Mitrović, D. Momčilović: EXPLICIT PARAMETRIC METHOD FOR OPTIMAL SPUR GEAR TOOTH PROFILE DEFINITION, *Advanced Materials Research*, ISSN: 1022-6680, Vol. 633 (2013): *Advances in Engineering Materials, Product and Systems Design (Special topic volume with invited peer reviewed papers only)*, Editor: Aleksandar Subić, ISBN-13: 978-3-03785-585-0, Trans Tech Publications, Switzerland, doi:10.4028/www.scientific.net/AMR. 633.87, pp. 87-102.
10. M. Jelić, **I. Atanasovska**: THE NEW APPROACH FOR CALCULATION OF TOTAL MESH STIFFNESS AND NONLINEAR LOAD DISTRIBUTION FOR HELICAL GEARS, *Mechanisms and Machine Science (Book Series)*, Series Ed.: Ceccarelli Marco, ISSN: 2211-0984, Vol. 13: *Power Transmissions (Proceedings of The 4<sup>th</sup> International Conference on Power Transmissions- PT 12, June 20 -23, 2012, Sinania, Romania)*, Editor: G.Dobre, ISBN: 978-94-007-6557-3, Publisher: Springer Science+Business Media Dordrecht 2013, doi: 10.1007/978-94-007-6558-0\_52, pp. 645-654



**dr Mirjana Filipović, Eng, Associate Research Professor**  
(maiden name: Stanivuk)

**Address:** Robotics Laboratory, Mihailo Pupin Institute, Volgina 15, 11060 Belgrade, Serbia

**Tel:** +381 11 6771 024 (office); +381 11 2600500 (home) **Fax:** +381 11 6776 583

**E-mails:** mira@robot.imp.bg.ac.rs; mirjana.filipovic@pupin.rs

**Web address:** <http://www.pupin.rs/RnDProfile/filipovic.html>

**Date of birth:** March 25<sup>th</sup> 1955

- Ph.D. degree, 2007: Thesis: "Contribution to modeling of flexibility of active mechanisms with special emphasis on humanoid robots", School of Electrical Engineering, University of Belgrade, Serbia. Supervisor: Prof. Dr. Veljko Potkonjak
- M.Sc. degree, 1998: Thesis: "Analysis of dynamic accuracy of manipulation robots", School of Electrical Engineering, University of Belgrade. Supervisor: academician Miomir Vukobratović
- B.Sc. degree, 1978: Department for Automation at the Faculty of mechanical engineering, University of Belgrade, Serbia, Supervisor: Prof. Dr. Ljubomir Grujić

On the 1979 started working at the Institute "Mihajlo Pupin", Belgrade, Serbia, and still works there. Her major concern were engineering assignments and projects for the "Center for Pneumatics", IMP, managed by Vladimir Kokotović, M Sc. up to 1991.. Worked on: investigation, development, design, realization and startup of: control regulation electro-pneumatic systems for drinking water purification for Chemical, Food and Pharmaceutical Industries, "pneumatic forwarding system" and development of components for above pneumatic forwarding equipment. She developed a series of Technical Solutions and participated in projects of relevance in this area (1979-1991): Control and Regulation Projecting for Drinking Water Purification Equipment, Water Power Engineering: Banovo Brdo (three phases), Bežanija (three phases), Bele Vode (three phases), Novi Sad (two phases), Niš, Ruma, Sombor, Novi Pazar, Vranje, Lebane, Surdulica, Nova Gradiška, Valjevo, Pančevo, Banja Luka, Kruševac, Kumanovo, Titova Mitrovica, Gnjilane, Aleksinac. 1980 - 1992. 2. Project in the Leather Processing Industry: Telman, Ostškov, Kursk, 1983 – 1985. 3. Project on Pneumatic Forwarding System for : Clinical Center, Inex, Main post – Belgrade, Main post – Novi Sad, Clinical Center – Kraljevo. 1982 - 1992.4. Project for decarbonization of industrial water: «HIP» Pančevo, 1986.

In period 1991 – 2016, the research topic of Dr. Mirjana Filipovic presents a multidisciplinary field of Robotics.

*General research areas:* Modeling, Mathematics, Mechanics, Kinematic, Dynamic, Flexibility, Control, Programming

*Particular Research Areas:* Robotics, Theory of oscillations, Theory of flexibility, Flexibility of links, Flexibility of gears, expansion of Euler-Bernoulli equation from several aspects, Theory of non-linear systems, Robot Kinematics, Dynamics, Control, Navigation, Identification, Modeling, Singular and work space and Simulation of industrial, humanoid and aerial robotic systems, Humanoid Robots, Humanoid Robots systems with and without elasticity elements, Humanoid Robot system walking on an immobile or mobile platform (with or without elasticity elements), Implementation of elasticity in foot sole of humanoids, Implementation of coupling between biped and platform, Aerial camera systems, Cable-suspended Parallel Robots hanged on four points, Planning trajectory, Software, Analysis, Simulations.

Scientific publications : 15 international journal papers, 11 national journal papers, 41 international conference papers, 2 invitation papers, 32 national conference papers, 15 software products, 2 patents. Summary 118 published papers.

She participated in 8 research projects (1998 – 2016). Number of citations: 27 on address: ([https://www.scopus.com/cto2/main.url?stateKey=CTOF\\_590559438&authors=15836742700&origin=AuthorNamesList](https://www.scopus.com/cto2/main.url?stateKey=CTOF_590559438&authors=15836742700&origin=AuthorNamesList) ). Membership: 1. Member of the Scientific Council of the Mihailo Pupin Institute 2008 -2016, 2 Member of IEEE Robotics & Automation Society . 2011 - 2016. Dr Mirjana Filipović is guiding PhD student Ljubinko Kevac since the beginning of 2012 until today, as his co-mentor. Topic of his doctoral dissertation is: Analysis, synthesis, modelling and control of the CPR systems (Cable-suspended Parallel Robot).

### **Selected Bibliography for period 2011-2016 – dr Mirjana Filipović**

1. **Mirjana Filipovic**, Ana Djuric, LjubinkoKevac, „THE SIGNIFICANCE OF ADOPTED LAGRANGE PRINCIPLE OF VIRTUAL WORK USED FOR MODELING AERIAL ROBOTS, *Applied Mathematical Modelling* **39** (2015), pp. 1804-1822, DOI information: 10.1016/j.apm.2014.09.019, ISSN 0307-904X, IF=2.158, 2015.
2. **M. Filipovic**, A. Djuric and Lj. Kevac, „THE RIGID S-TYPE CABLE-SUSPENDED PARALLEL ROBOT DESIGN, MODELLING AND ANALYSIS“, *Robotica*, Available on CJO 2014 doi:10.1017/S0263574714002677, 2014. IF=0.894 ISSN 0263-5747, IF=0.894.
3. **Mirjana Filipovic**, Ana Djuric, „Mathematical MODEL OF THE AERIAL ROBOT BASE ON ITS GEOMETRIC RELATIONSHIP“, *FME Transactions, Scientific journal*, Faculty of Mechanical Engineering, Belgrade, Serbia, ISSN: 1450-8230, Vol. 42, No. 2, pp. 133-142, 2014, doi: 10.5937/fmet1402133F.
4. **Mirjana Filipovic**, „RELATION BETWEEN EULER-BERNOULLI EQUATION AND CONTEMPORARY KNOWLEDGE IN ROBOTICS“, *Robotica, International Journal*, Cambridge University Press, 2012, Vol. 30, No.1, pp. 1-13.
5. **Mirjana Filipovic**, Ana Djuric, CABLE-SUSPENDED PARALLEL ROBOT TYPE CPR-D, *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, Poland, *J THEOR APP MECH-POL*, 54, 2, pp. 645-657, Warsaw 2016 DOI: 10.15632/jtam-pl.54.2.645, ISSN 1429-2955, IF=0.693, 2016.
6. A. M. Djuric, V. Jovanovic, **M. Filipovic**, Lj. Kevac, (2014), „THE RECONFIGURABLE MACHINERY EFFICIENT WORKSPACE ANALYSIS BASED ON THE TWIST ANGLES“, *Special Issue on: Advanced Intelligent Systems and Mechatronics, International Journal of Computer Applications in Technology* 01/2016; 53(2):201. DOI:10.1504/IJCAT.2016.074460. ISSN 0952-8091.
7. **Mirjana Filipovic**, Ana Djuric, LjubinkoKevac, „THE METHODOLOGY FOR DEVELOPING THE KINEMATIC MODEL OF SELECTED CPR-A SYSTEM AS A NECESSITY FOR THE DEVELOPMENT OF A DYNAMIC MODEL“, *Journal of Applied Engineering Science*, 2013, Paper number: 11(2013)4, 264, pp.191-200, doi:10.5937/jaes11-4581
8. **Mirjana Filipovic**, Ana Djuric, LjubinkoKevac „CONTRIBUTION TO THE MODELING OF CABLE-SUSPENDED PARALLEL ROBOT HANGED ON THE FOUR POINTS“, *IROS 2012: IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, Vilamoura, Institute for System and Robotics*, University of Coimbra, Portugal, 3526-3531, October 7-12, 2012.
9. **Mirjana Filipovic**, „CONSTRUCTION TYPE CABLE-SUSPENDED PARALLEL ROBOT, CPR SYSTEM CONDITIONS THE COMPLEXITY OF ITS MATHEMATICAL MODEL“, *International Symposium on Stability, Vibration, and Control of Machines and Structures, SVCS2014*, July 3–5, 2014, 33-56, Belgrade, Serbia.
10. **Mirjana Filipovic**, Ljubinko Kevac, Ana Djuric, „FUTURE DIRECTIONS FOR IMPLEMENTATION OF AERIAL ROBOT“, *10th International Symposium on Electronics and Telecommunications, ISETC 2012*, Tenth Edition, Politehnica University of Timisoara, Timisoara, Romania, November 15-16, 2012.
11. **Mirjana Filipovic**, *Program system, AIRCAMA „ Cable Suspended Parallel Robot, CPR-A”*, 2012, <http://www.pupin.rs/RnDProfile/filipovic-pub.html#ref7>



**Previous Mini-symposiums in series "Non-Linear Dynamics"**  
**within 70th anniversary of the Mathematical Institute**



Participants of Mini-symposium "Non-Linear Dynamics", Belgrade, 25th May, 2016



Mini-symposium "Non-Linear Dynamics", Belgrade, Mathematical institute of SASA,  
25th May, 2016



In the audience - Mini-symposium "Non-Linear Dynamics", Belgrade, 25th May, 2016



Participants of Mini-symposium "Fractional Calculus with applications in problems of diffusion, control and dynamics of complex systems", Belgrade, 13th July, 2016





Guests from China and Organizers of Mini-symposium "Fractional Calculus with applications in problems of diffusion, control and dynamics of complex systems", Belgrade, 13th July, 2016



Mini-symposium "Fractional Calculus with applications in problems of diffusion, control and dynamics of complex systems", Belgrade, Mathematical institute of SASA, 13th July, 2016



Announcement of Monograph in press

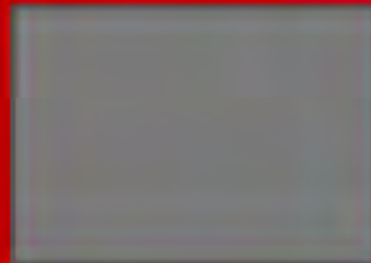
Дејан Б. Момчиловић  
Радивоје М. Митровић  
Ивана Д. Атанасовска

**КОНЦЕНТРАЦИЈА НАПОНА И  
ЗАМОР МАТЕРИЈАЛА –  
савремени приступ прорачуну  
машинских елемената и  
конструкција**



Извод из рецензије:

Монографско дело „Концентрација напона и замор материјала – савремени приступ прорачуну машинских елемената и конструкција“ обрађује актуелну тему научно истраживачке области прорачуна машинских елемената и конструкција и феномена замора и концентрације напона на један нови, савремен и оригиналан начин. Посебно се истиче излагање нових метода и методологије за процену настанка и ширења прслина у условима замора која је развијена од стране аутора ове монографије. Преглед коришћене литературе показује да су резултати аутора монографије у овој области наишли на изражен пријем у међународној научној заједници, с обзиром на број научних радова који су аутори објавили у међународним часописима и изложили на међународним конференцијама последњих неколико година. За применљивост резултата научно истраживачког рада приказаних у монографији изузетно су важни описани примери примене развијене методологије на реалним машинским елементима и конструкцијама. Такође, велики потенцијал за широки круг читалаца, а пре свега за истраживаче који приступају овим областима истраживања, пружају детаљно и сликовито обрађене теоријске основе разматраних феномена.



## САДРЖАЈ:

<b>1. УВОДНА РАЗМАТРАЊА</b>	<b>1</b>				
<b>2. ФЕНОМЕН ЗАМОРА</b>	<b>5</b>				
2.1. Кратак историјат изучавања феномена замора	5				
2.1.1. Почетак изучавања феномена замора	6				
2.1.2. Почетак изучавања утицаја извора концентрације напона	8				
2.2. Иницирање заморних преслина	10				
2.3. Остали параметри који утичу на трајну динамичку чврстоћу	16				
2.4. Савремени приступ изучавању феномена замора	16				
<b>3. КОНЦЕНТРАЦИЈА НАПОНА</b>	<b>30</b>				
3.1. Увод	30				
3.2. Методе одређивања утицаја извора концентрације напона	34				
3.3. Концентрација напона при замору	35				
3.4. Смањење утицаја извора концентрације напона	39				
<b>4. АНАЛИЗА ИЗВОРА КОНЦЕНТРАЦИЈЕ НАПОНА У УСЛОВИМА ЗАМОРА</b>	<b>42</b>				
4.1. Увод	42				
4.1.1. Приступ заснован на напону	43				
4.1.2. Традиционалан приступ заснован на Петерсоновом и Нојберовом раду	43				
4.1.3. Танака – Тејлорово критично растојање	44				
4.1.4. Метода моделирања преслина	45				
4.1.5. Метода заснована на деформацији	45				
4.1.6. Пливиначев метод	47				
4.1.7. Проширење Танака – Тејлоровог метода на дводимензионалне и тродимензионалне изворе концентрације напона	47				
4.2. Критички осврт на до сада развијене методе	49				
4.3. Основе Теорије критичних растојања	52				
4.3.1. Понашање преслина испод прага замора материјала	52				
4.3.2. Понашање преслина око прага раста заморне преслине	58				
<b>5. ПРИКАЗ И ВЕРИФИКАЦИЈА НОВЕ МЕТОДОЛОГИЈЕ ЗА ПРОЦЕНУ НАСТАНКА И ШИРЕЊА ПРЕСЛИНА КОД МАШИНСКИХ ЕЛЕМЕНАТА И СИСТЕМА У УСЛОВИМА ЗАМОРА</b>	<b>64</b>				
5.1. Увод	64				
5.2. Развијање методологије за процену настанка и ширења преслина код машинских елемената у условима замора	64				
5.3. Развијање методологије за процену настанка и ширења преслина код машинских елемената у условима замора	70				
5.4. Примена и верификација развијених метода	75				
5.4.1. Експериментално испитивања карактеристика материјала	77				

6.5.	Дискусија резултата анализе отказа вратила	144	5.4.2.	Оштећења на површини материјала услед корозије	89
6.6.	Примена нових метода на извор концентрације напона на прелазном радијусу осовина – напона на прелазном радијусу осовина –	146	5.4.3.	Прорачун епрувете Методом коначних елемената	93
7.	ИЛУСТРАТИВНИ ПРИМЕРИ ПРИМЕНЕ КОД РЕАЛНИХ МАШИНСКИХ ЕЛЕМЕНАТА И КОНСТРУКЦИЈА	160	5.4.4.	Израчунавање и верификација вредности критичног растојања	97
7.1.	Вагонске осовине	160	6.	ДЕТАЉАН ОПИС ПРИМЕНЕ НОВЕ МЕТОДОЛОГИЈЕ	102
7.2.	Контакт као извор концентрације напона код машинских елемената	162	6.1.	Дефинисање проблема	102
7.2.1.	Контакт као феномен код зупчастих парова	164	6.1.1.	Општи подаци о хидротурбинама	102
7.2.2.	МКЕ модел спрегнутих зубца зупчаника	165	6.2.	Испитивање материјала вратила	107
7.2.3.	Контакт зубца зупчаника у Теорији критичних растојања	173	6.2.1.	Визуелни преглед	107
7.2.4.	Контакт као феномен код котрљајних лежјаја	179	6.2.2.	Основна испитивања	108
7.3.	Примена нове методологије на посуде под притиском	183	6.2.3.	Испитивања на скенинг електронском микроскопу	109
7.4.	Замор услед концентрације напона код вијака	195	6.2.4.	Анализа резултата испитивања	115
7.5.	Замор услед концентрације напона код заварених спојева	191	6.3.	Прорачун вратила	119
7.6.	Остали примери примене методологије	208	6.3.1.	Аналитички прорачун вратила	129
8.	ЗАКЉУЧНА РАЗМАТРАЊА	222	6.3.2.	Прорачун вратила методом коначних елемената	120
9.	ЛИТЕРАТУРА	227	6.3.2.1.	Основни подаци за анализу	122
	ПРИЛОГ 1. Напонско стање на прелазном радијусу	257	6.3.2.2.	Модел коначних елемената	122
	ПРИЛОГ 2. Универзална карактеристика турбине	261	6.3.2.3.	Оптерећења и ограничења	125
	ПРИЛОГ 3: Номенклатура	262	6.3.2.4.	Нумерички резултати	128
			6.3.2.5.	Закључна разматрања везана за прорачун и конструкцију вратила	134
			6.4.	Примена метода за процену појаве прелине	135



70 years of the Mathematical Institute of SASA, Belgrade, Serbia  
**Mini-symposium “Non-Linear Dynamics with Applications in Engineering Systems”**  
Mathematical Institute of SASA and Project OI 174001, Belgrade, Serbia, October 26, 2016



### The Founders of the Institute



Dr. Bilimović Anton  
*Anton Bilimović*



Dr. Kašanin Radivoj  
*Radivoj Kašanin*



Dr. Gavrilović Bogdan  
*Bogdan Gavrilović*



Dr. Milanković Milutin  
*Milutin Milanković*



Dr. Mišković Vojislav  
*Vojislav Mišković*



Dr. Saltikov Nikola  
*Nikola Saltikov*



Dr. Karamata Jovan  
*Jovan Karamata*



70 years of the Mathematical Institute of SASA, Belgrade, Serbia  
**Mini-symposium "Non-Linear Dynamics with Applications in Engineering Systems"**  
Mathematical Institute of SASA and Project OI 174001, Belgrade, Serbia, October 26, 2016

Izdavači: SVEN, Niš  
Matematički institut SANU, Beograd

Urednici: Ivana D. Atanasovska,  
Mirjana Filipović,

Odgovorno lice za Matematički institut SANU:  
Direktor

Dr. Zoran Ognjanovic, Research Professor  
Mathematical Institute of the Serbian Academy of Sciences and Arts  
Kneza Mihaila 36, 11000 Belgrade, Serbia  
tel: 381-11-2630-170 / fax: 381-11-2186-105  
<http://www.mi.sanu.ac.rs/~zorano>  
email: [zorano@mi.sanu.ac.rs](mailto:zorano@mi.sanu.ac.rs)

ISBN 978-86-7746-623-7

CIP - Каталогизација у публикацији  
Народна библиотека Србије, Београд

531.01(048)  
530.182(048)

МИНИ-симпозијум "Нелинеарна динамика са применама у инжењерским системима"  
(2016 ; Београд)

Booklet of Abstracts : 70 година рада Математичког института САНУ / Мини-симпозијум  
"Нелинеарна динамика са применама у инжењерским системима", Београд, 26 октобар  
2016 = Mini-symposium "Non-Linear Dynamics with Applications in Engineering Systems" ;  
[urednici], editors Ivana D.

Atanasovska, Mirjana Filipović. - Beograd : Matematički institut SANU ; Niš  
: Sven, 2016 (Niš : Sven). - 46 стр. ; 24 cm

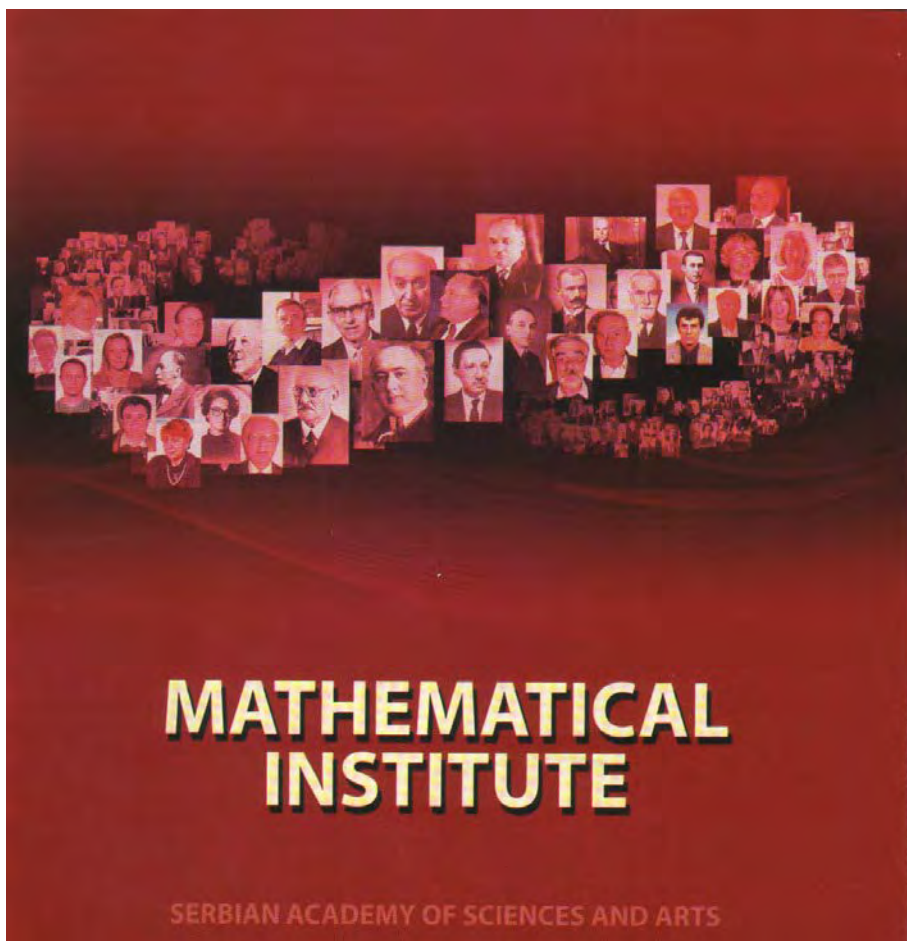
"Математички институт САНУ и Пројекат ОИ174001" --> насл. стр. - Упоредо срп. и енгл.  
текст. - Тираж 100. - Библиографија уз сваки рад.

ISBN 978-86-7746-623-7 (MISANU)

1. Математички институт САНУ (Београд)

а) Нелинеарна механика - Апстракти б) Нелинеарне теорије - Апстракти COBISS.SR-ID  
226491148

Тираж: 100



9 788677 466237